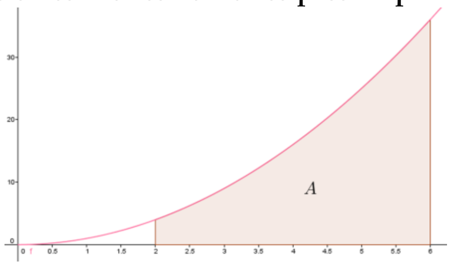
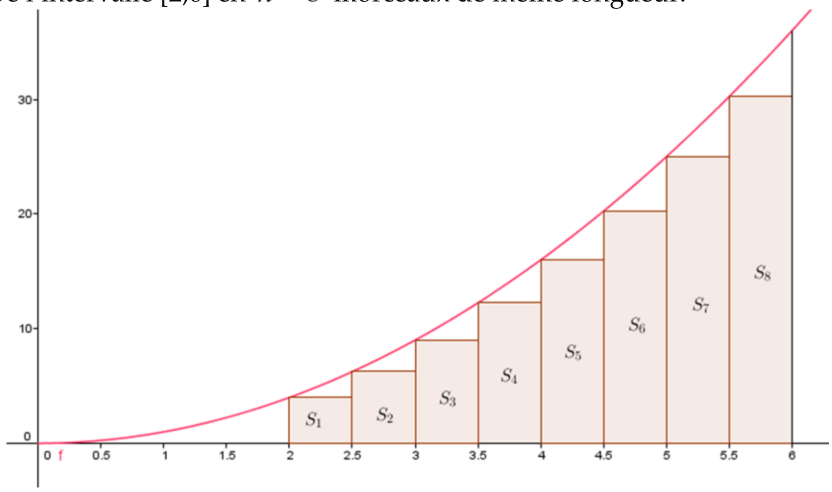
Activité 02 : Aire sous une courbe quelconque

Le but de cette activité est de déterminer l'aire sous la courbe d'une fonction qui n'est pas affine par morceaux. Il faut donc trouver une autre méthode que celle de l'activité 01. On va, dans cet exemple, **calculer l'aire délimitée entre la courbe de la fonction carré, l'axe des abscisses et les droites verticales passant par les abscisses 2 et 6.**



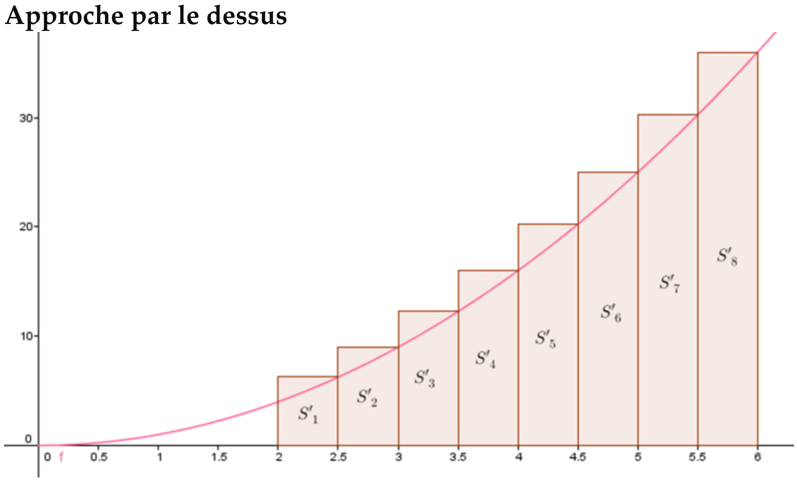
Partie I : **Approche par la dessous**

On coupe l'intervalle [2;6] en $n = 8$ morceaux de même longueur.



Calculer $A_{\text{inf}} = \sum_{k=1}^{8} S_k$

Partie II : Approche par le dessus



Calculer $A_{\text{sup}} = \sum_{k=1}^{8} S'_k$

Partie III : Approche de l'aire sous la courbe

1. Comparer A , A_{inf} et A_{sup} :
2. Comment obtenir un encadrement de A de plus en plus précis ?
3. Quelle est l'unité d'aire des aires trouvées dans cette activité ?

Généralisation

On souhaite calculer l'aire délimitée entre la courbe d'une fonction f, l'axe des abscisses et les droites verticales passant par les abscisses a et b. On coupe l'intervalle $[a,b]$ en n morceaux identique de longueur $\frac{b-a}{n}$

On note de la même façon que dans l'exemple

$$A_{\text{inf}} = \sum_{k=1}^{n} S_k$$

$$A_{\text{sup}} = \sum_{k=1}^{n} S'_k$$

On admet que ces deux sommes convergent et que leur limite et identique et représente l'aire cherchée en ua.

On note cette limite

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

Le symbole $\int$ symbolise la limite d'une Somme (S). $f(x)dx$ représente l'aire d'un rectangle de longueur $f(x)$ et de largeur infinitésimale dx