

TSCH07F01 : Manipulation des formules avec ln

Evaluation

TSCH07F01-1

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

TSCH07F01-2

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

Formules

On note a et b deux réels strictement positifs et m un entier relatif.

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$$

$$\ln(a^m) = m \ln a$$

$$\ln \sqrt{x} = \frac{1}{2} \ln x$$

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$$

$$e^{\ln x} = x$$

$$\ln e^x = x$$

Exercice 01 :

Simplifier les calculs suivants :

$$A = \ln 2 + \ln 3$$

$$B = \ln 9 - \ln 3$$

$$C = \ln 2 + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$D = \ln 2^3 + \ln 2^4 + \ln 2^{-2}$$

$$E = \ln(2 \times 3^2) - \ln 6$$

$$F = \ln 1 - \ln(2 \times e^3)$$

$$G = \ln 9 + \ln 27 - \ln 3^{-5}$$

$$H = \frac{1}{2} \ln 4 - \ln 2$$

$$I = \ln \sqrt{2} - \ln \sqrt{2}^3$$

$$J = \ln 30 - \ln 2 - \ln 3$$

$$K = -\ln\left(\frac{5}{3}\right) + \ln\left(\frac{25}{9}\right)$$

Exercice 04 :

Déterminer les limites ci-dessous :

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} 1 - \ln x$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln x$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-3) \ln x$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} x - \ln x$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x - 1}{\ln x + 1}$$

Exercice 02 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \ln e^{x^2}$$

$$B = e^{\ln(x^2+1)}$$

$$C = e^{3 \ln 5}$$

$$D = \ln(e^{4x} \times e^{-x})$$

$$E = e^{n \ln(n^2+5)}$$

$$F = e^{\frac{1}{2} \ln x}$$

Exercices 05 :

En vous aidant du tableau des signes de la fonction logarithme népérien, déterminer le tableau des signes de :

$$1. f : x \mapsto 1 + \ln x$$

$$2. f : x \mapsto -3 \ln x$$

$$3. f : x \mapsto x \ln x$$

$$4. f : x \mapsto \frac{(1-x) \ln x}{x^2 - 2x + 1}$$

Exercice 03 :

Déterminer le domaine de définition des fonctions ci-dessous :

$$1. f : x \mapsto \ln(x+1)$$

$$2. f : x \mapsto \ln(5-3x)$$

$$3. f : x \mapsto \ln(x^2+1)$$

$$4. f : x \mapsto \ln[(x-1)(3-x)]$$

$$5. f : x \mapsto \ln(-x^2+3x+4)$$

$$6. f : x \mapsto \ln\left(\frac{9-x^2}{4-x}\right)$$

Exercice 06 :

En vous aidant des variations de la fonction logarithme népérien, comparer les nombres suivants sans les simplifier :

$$1. A = \ln 7 \text{ et } B = \ln 5$$

$$2. A = \ln 37,8 \text{ et } B = \ln 17$$

$$3. A = \ln 10^{-4} \text{ et } B = \ln 10^{-3}$$

$$4. A = \ln \sqrt{17} \text{ et } B = \ln \sqrt{24}$$

$$5. A = \ln e^x \text{ et } B = \ln e^{x+1}$$