TSCH06F01 : Expressions et équations contenant exp(x)

Exercice 01 :
Simplifier les expressions suivantes

$$A = e^{-3} \times (e^5)^2 \times e^0$$
$$B = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$$
$$C = (1 - e^{1,5})(1 + e^{1,5})$$
$$D = \frac{x + e^{-x}}{e^{-x}}$$
$$E = \frac{e^{2x+3} - e^{2x}}{e^{x+1} - e^{x+4}}$$
$$F = \frac{\left((e^{-1x})^3 \times e^{x+5}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{e^5}}$$
$$G = 1 + e^x + e^{2x} + \ldots + e^{(n-1)x}$$

Exercice 02 :
On note *f* la fonction définie par

$$f : x \mapsto \frac{1 + e^x}{1 + e^{-x}}$$

Démontrer que pour tout x réel, on a

$$f(-x) = e^{-2x} f(x)$$

Exercice 03 :
On note *f* la fonction définie par

$$f : x \mapsto \frac{1 - e^{2x}}{e^x}$$

Démontrer que pour tout x réel, on a

$$f(-x) = -f(x)$$

Exercice 04 :
On note *f* la fonction définie par

$$f : x \mapsto \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}}$$

Démontrer que pour tout x réel, on a

$$f(-x) = -f(x)$$

Exercice 05 :
Simplifier

$$A = \frac{e^{x+y-1} - \sqrt{e^{2x-2}}}{\left(e^{\frac{x-1}{2}}\right)^2 + e^{y-1} \times e^x}$$

Exercice 06 :
Résoudre les équations suivantes :

- $3e^x(1 - e^x)(1 + e^x) = 0$
- $e^{x(x+1)} = \frac{1}{e^{x-3}}$
- $\frac{5e^x + 3}{1 + e^x} = 4$
- $e^{2x} = e^x$
- $\frac{e^x - 1}{3x + 5} = 0$
- $\frac{2e^x + 4}{e^x + 5} = 1$

Exercices 07 :
Résoudre les équations ci-dessous.
(On pourra faire un changement de variable $y = e^x$)

- $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$
- $2e^{2x} - e^x - 1 = 0$
- $e^{3x} + 4e^{2x} - 5e^x = 0$
- $1 + 2e^{-x} - 3e^{-2x} = 0$

Exercice 08 :
Déterminer le signe ou le tableau des signes des expressions :

- $\left(e^{0,7} - e^{0,2}\right)\left(e^{1,7} - e^{1,2}\right)$
- $-3(e^x - 1)(e^x + 2)$
- $\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + e^x}$
- $-2(3 - x)e^x(1 - e^x)$

Exercice 09 : x est un réel

$$A = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{et} \quad B = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Démontrer que $A^2 - B^2 = 1$

Evaluation

TSCH06F01-01			
AA	A	EA	NA
TSCH06F01-02			
AA	A	EA	NA

Formules

$$e^x \times e^y = e^{x+y}$$
$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$
$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x + opp(y)}$$
$$e^{mx} = (e^x)^m$$
$$e^0 = 1$$

Rappels

Pour tout x et y réels

$$e^x > 0$$
$$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$
$$e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$$
$$e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$$
$$a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$