Complément : rappels de probabilité discrète en 1ère

Univers et évenements

Définition : L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire se nomme l'univers Ω de cette expérience. **Un événement** est un sous-ensemble de cet univers. **Un évènement élémentaire** est un événement qui contient une seule issue.

Probabilité discrète (Ω est fini ou dénombrable)

Loi de probabilité : Définir une loi de probabilité P sur Ω c'est associer à chaque événement élémentaire ω_i sa probabilité (p_i étant des nombres appartenant à $[0;1]$) dont la somme vaut 1.

La probabilité d'un événement A est la somme des probabilités de tous les événements élémentaires de A. $P(A)=\sum_{\omega\in A} p(\omega)$. Remarque : $0 \le P(A) \le 1$.

Propriétés :

- $P\left(\overline{A}\right)=1-P(A)$
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- Si $A\cap B=\varnothing$ (A et B incompatibles) alors $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
- Si A et B sont indépendants alors $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

Variables aléatoires :

Définition : On nomme **variable aléatoire**, une fonction de Ω dans $\mathbb{R}$ qui à tout $w\in\Omega$ lui associe un $x\in\mathbb{R}$. $X:\omega\mapsto x$

$P(X=x_i)$ est la probabilité de l'événement qui contient tous les événements élémentaires $\omega\in\Omega$ tels que $X(\omega)=x_i$

Définition : On nomme **loi de probabilité** de X, l'ensemble des valeurs x_i prises par X et l'ensemble des $p_i=P(X=x_i)$ associées.

Définition : L'espérance de la variable aléatoire X est $E(X)=\sum_{x\in X(\Omega)} x\times p(X=x)$

Définition : La variance de la variable aléatoire X est $V(X)=\sum_{x\in X(\Omega)} \left(E(X)-x\right)^2\times p(X=x)$

Propriété : $V(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=\sum_{x\in X(\Omega)} x^2P(X=x)-\left(E(X)\right)^2$

Expérience de Bernoulli et loi Binomiale :

<u>Définition</u> : Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire qui comporte seulement deux issues possibles, l'une appelée Succès (S) de probabilité $P(S)=p$ et l'autre Echec (E ou $\overline{S}$) de probabilité $P\left(\overline{S}\right)=1-p$

<u>Définition</u> : On considère un schéma de Bernoulli, répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes de paramètre $p=P\left(S\right)$. On note X la variable aléatoire égale au nombre de succès lors de ces n épreuves. Alors la loi de probabilité de X se nomme **la loi Binomiale** de paramètres n et p et se note $B(n,p)$. Pour tout $k\in[0;n]$, $P\left(X=k\right)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, $E\left(X\right)=np$ et $V\left(X\right)=np(1-p)$

<u>Définition</u> : Les $\binom{n}{k}$ se nomment les coefficients Binomiaux et on peut les obtenir de quatre façons différentes : **<u>Calculatrice</u>** ou **<u>Triangles de Pascal</u>** ou **<u>Le nombre de branches contenant k succès sur les n expériences</u>** ou **<u>Formules explicite</u>** $\binom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ que l'on verra cette année.

<u>Triangle de Pascal</u>

	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
$n=0$	$\binom{0}{0}=1$					
$n=1$	$\binom{1}{0}=1$	$\binom{1}{1}=1$				
$n=2$	$\binom{2}{0}=1$	$\binom{2}{1}=2$	$\binom{2}{2}=1$			
$n=3$	$\binom{3}{0}=1$	$\binom{3}{1}=3$	$\binom{3}{2}=3$	$\binom{3}{3}=1$		
$n=4$	$\binom{4}{0}=1$	$\binom{4}{1}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	
$n=5$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$	$\binom{\ldots}{\ldots}=\ldots$

Propriétés :

- Pour tout entier $n\geq1$: $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$
- Pour tout entiers $n\geq1$ et $0\leq k\leq n$: $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$
- Pour tout entiers $n\geq1$ et $0\leq k\leq n-1$: $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}$