

## DM02 (Terminale S)

« L'enseignement devrait être ainsi : celui qui le reçoit le recueille comme un don inestimable mais jamais comme une contrainte pénible. » (Albert Einstein)

### Exercice 01 :

On note  $P$  le polynôme

$$P(z) = 2z^4 + 4z^3 + 13z^2 + 16z + 20$$

1. Montrer que  $P$  admet une racine imaginaire pure  $z_1$ .
2. Montre que si  $z_A$  est une racine de  $P$  alors  $\overline{z_A}$  l'est aussi.
3. Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que

$$P(z) = (z - z_1)(z - \overline{z_1})(az^2 + bz + c)$$

4. En déduire toutes les solutions de  $P(z) = 0$

### Exercice 02 :

On note  $z = 1 + i\sqrt{5}$

1. Calculer  $z^2$  puis  $z^3$
2. Montrer par récurrence qu'il existe deux suites de réelles  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telles que  $z^n = a_n + ib_n\sqrt{5}$  avec

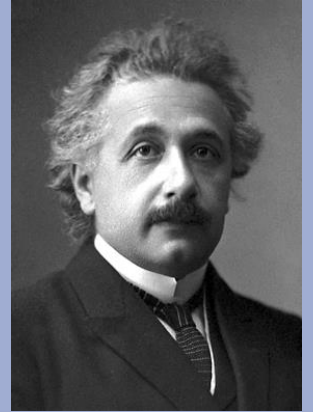
$$a_0 = 1, b_0 = 0 \text{ et pour } n \in \mathbb{N}, \begin{cases} a_{n+1} = a_n - 5b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases}$$

3. A l'aide d'un programme (que vous devez rendre avec votre copie), déterminer l'écriture algébrique de
  - a.  $z^5$
  - b.  $z^{10}$
  - c.  $z^{20}$

Date :

A rendre avant le  
mercredi 1 octobre.

Un peu d'Histoire :



**Albert Einstein**

**1979-1955**

Il publie sa théorie de la relativité restreinte en 1905, et une théorie de la gravitation dite relativité générale en 1915. Il contribue largement au développement de la mécanique quantique et de la cosmologie, et reçoit le prix Nobel de physique de 1921. Son travail est notamment connu du grand public pour l'équation  $E=mc^2$ , qui établit une équivalence entre la matière et l'énergie d'un système.