

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Durée : 1,5 heures / Calculatrice autorisée : **Oui mais celle du lycée.**

### Exercice 01 : (10 points)

On note  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f : x \mapsto -2x^2 - 2x + 24$  et  $C_f$  sa représentation graphique dans un repère.

1. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = -2 \left[ \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{49}{4} \right]$$

2. Montrer, de deux façons différentes, que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = -2(x - 3)(x + 4)$$

3. On note  $a$  et  $b$  deux nombres réels. Montrer que

$$f(a) - f(b) = 2(a + b + 1)(b - a)$$

4. Montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right]$

5. Montrer que  $f$  est strictement décroissante sur  $\left[ -\frac{1}{2}; +\infty \right[$

6. Dresser le tableau des variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

7. Résoudre  $f(x) = 0$

8. Résoudre  $f(x) > 0$

9. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre  $C_f$  et l'axe des abscisses.

10. Déterminer la position relative entre  $C_f$  et l'axe des abscisses.

11. Que fait l'algorithme ci-dessous :

#### Algorithme

##### Déclaration des variables :

$N, A$  : Deux nombres entiers

##### Initialisation :

$0 \mapsto N$

Ecrire "Donner un nombre entier négatif"

Saisir la valeur de  $A$

##### Traitement :

Tant que  $-2 * N \wedge 2 - 2 * N + 24 > A$  Faire

$N + 1 \mapsto N$

Fin du Tant que

##### Sortie :

Afficher la valeur de  $N$ .

12. Quelle valeur affiche l'algorithme ci-dessus, si  $A = -100$  ?

**Exercice 02 : (4 points)**

Résoudre :

1.  $\frac{8}{5} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$
2.  $\frac{(3x-4)(x-1)^2(15-3x)}{(x^2+7)(x^2-9)} \geq 0$

**Exercice 03 : (4 points)**Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ On note les points  $A(-2; 4)$ ,  $B(-4; -2)$ ,  $C(3; -1)$  et  $D(4; 2)$ 

1. On note  $T$  le milieu de  $[AB]$ . Calculer les coordonnées de  $T$ .
2. Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AT}$  et  $\overrightarrow{DC}$ .
3. Que peut-on dire du quadrilatère  $ADCT$  ?
4. Déterminer l'équation réduite de la droite  $(AB)$
5. Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

**Exercice 04 : (2 points)**Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ On note les points  $A(-2; 4)$ ,  $B(5; 4)$ ,  $C(2; 7)$  et  $D(-1; -4)$ 

1. Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont-ils alignés ?
2. Calculer les coordonnées de  $E$  pour que  $ABDE$  soit un parallélogramme.

**Exercice Bonus :**Soit un triangle  $ABC$  et les points  $E$ ,  $F$  et  $G$  tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{FA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}, \quad \overrightarrow{BC} = 8\overrightarrow{GB}$$

Montrer que  $E$ ,  $F$  et  $G$  sont alignés.