DM134 (A rendre avant le mardi 17 Mars)

Archimède est le premier savant qui a démontré que des grandeurs quelconque s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles à leurs poids.
Cet énoncé, appelé principe des leviers, permet d'affirmer que la balance ci-dessus est en équilibre dès que les masses m et m' et les points A, B et G vérifient :

$$m\overrightarrow{GA}+m'\overrightarrow{GB}=\vec{0} \quad (1)$$

On dit alors que le point G, défini par la relation (1), est le barycentre du système $\{(A,m),(B,m')\}$.
Les réels m et m' sont les poids respectifs de A et B.

On peut généraliser cette définition aux cas où m et m' sont des réels de signes quelconques, à condition que m+m' soit différent de 0.

Question 01 :
Donner la position de G sur [AB] pour qu'il y ait équilibre avec m = 50 g m' = 25 g et AB = 9 cm.

Quelques propriétés du barycentre

1. Que peut-on dire de G si m = m' ? Justifier la réponse à partir de la relation (1).

2. Le barycentre G est-il modifié si les poids m et m' sont remplacées par les poids 2m et 2m'? Que peut-on dire de façon plus générale ?

3. En utilisant la relation de Chasles, montrer que , si $m+m'\neq 0$ la relation (1) équivaut à

$$\overrightarrow{AG}=\frac{m'}{m+m'}\overrightarrow{AB} \quad (2)$$

4. Utiliser la relation (2) pour reproduire la figure 1 dans le cas où AB = 12, m = 3 et m'= 2.

« Donnez-moi un point fixe et un levier et je soulèverai la Terre. »
Archimède

Mathématicien Grec