DM09 (2^nde^ D)

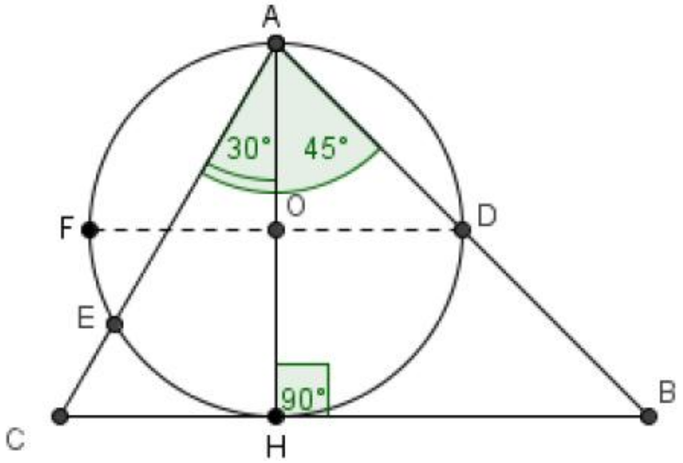
A rendre avant vendredi 21 Décembre 2013)

Les mathématiques ne sont pas une marche tranquille sur un autoroute dégagé, mais un voyage dans un désert étrange, où les explorateurs sont souvent perdus

(WS Anglin)

Exercice

Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle, H est le projeté orthogonal (perpendiculairement) de A sur [BC]. De plus $BAC = 45°$, $HAC = 30°$ et AH=6 cm. Le cercle C de diamètre [AH] et de centre O coupe (AB) en D et (AC) en E.



Quelques résultats à utiliser pendant l'exercice :

	$\cos(ABC)$	$\sin(ABC)$	$\tan(ABC)$
$ABC = 30°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$ABC = 45°$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	**1**

Dans toutes les questions ci-dessous :

- Simplifier les résultats et donner que des valeurs exactes (pas avec la calculette)
- Faire des calculs en utilisant les résultats du tableau ci-dessus.

1. Calculer la valeur exacte de AB et AC.
2. Démontrer que le triangle AEH est rectangle en E.
3. Montrer que $AE = 3\sqrt{3}$ cm
4. Démontrer que $AHE = ADE = 60°$ (Rappel : Si deux angles inscrit dans un cercle, interceptent le même arc, alors ils sont égaux)
5. On admet que les deux triangles BAC et EAD sont proportionnels et donc que leurs longueurs sont proportionnelles et leurs angles respectifs sont égaux. Montrer que le coefficient de réduction pour passer du triangle BAC eu triangle EAD est $\frac{\sqrt{6}}{4}$
6. Calculer les valeurs exactes de BH et HC puis en déduire celle de BC.
7. En déduire que $DE = \frac{3}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ cm
8. Calculer la mesure de FDE puis montrer que $DFE = 75°$
9. En déduire que $\sin(75°) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$