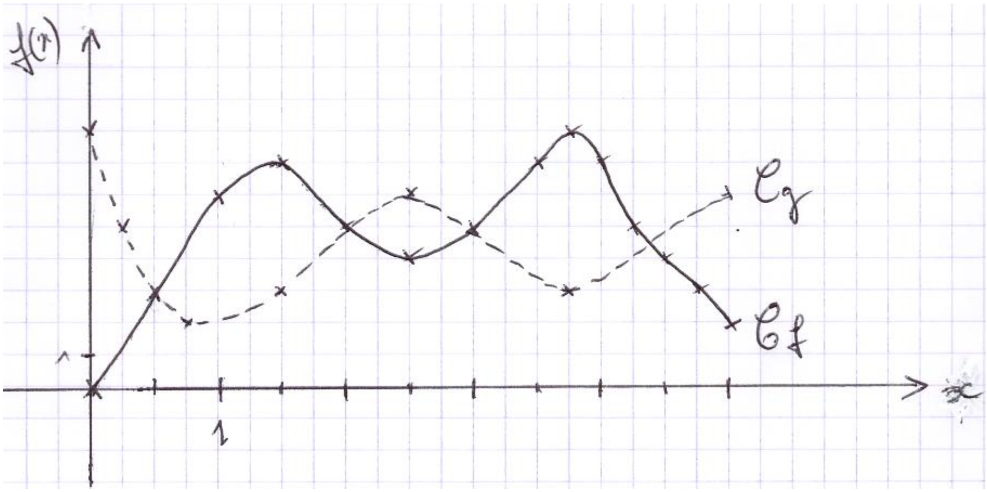
DS07 (Seconde D : 1h00)

*« Les **mathématiques** sont un jeu qu'on exerce selon des règles simples en manipulant des symboles et des concepts qui n'ont en soi, aucune importance particulière. »* ***(Hilbert)***

La qualité et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans la notation.
Vous devez justifier vos calculs ou affirmations.
La calculatrice n'est pas autorisée. (Devoir d'une heure)
Tous les repères utilisés dans ce devoir, sont orthogonaux.

Exercice 01 :



1. Déterminer graphiquement $f(0)$, $g(2)$ et $f\left(\frac{7}{2}\right)$
2. Résoudre graphiquement $f(x)=3$ puis $g(x)=5$ et enfin $g(x)=9$
3. Résoudre graphiquement $f(x)<4$ et $g(x)\leq 5$
4. Résoudre graphiquement $f(x)=g(x)$ puis $f(x)\geq g(x)$
5. Dresser les tableaux des variations de f puis de g
6. Comparer $f(4)$ avec $f(4{,}5)$ puis $f(0{,}5)$ avec $f(1)$ (Justifier)
7. Déterminer le maximum global de f et le minimum global de g
8. Déterminer le maximum local de f et le minimum local de g sur [3,75 ; 5]

Exercice 02 : $f : x \mapsto 4-3x^2$

1. On note a et b deux réels de $\mathbb{R}$. Montrer que

$$f(a)-f(b)=3(b-a)(a+b)$$

2. Montrer que *f* est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$.
3. Sachant que f est strictement croissante sur $]-\infty;0]$, en déduire le tableau des variations de *f* sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer le maximum de *f* sur $\mathbb{R}$

Exercice 03 : $f : x \mapsto 2-\frac{1}{x}$

1. On note a et b deux réels de $\mathbb{R}$. Montrer que

$$f(a)-f(b)=\frac{a-b}{ab}$$

2. Montrer que *f* est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
3. Sachant que f est strictement croissante sur $]-\infty;0[$, en déduire le tableau des variations de *f* sur $\mathbb{R}$.

Exercice 04 : $f : x \mapsto 3\sqrt{x}$

1. On note a et b deux réels de $[0;+\infty[$. Montrer que $f(a)-f(b)=\dfrac{3(a-b)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

2. Montrer que f est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

3. Dresser le tableau des variations de f sur $[0;+\infty[$.

4. Déterminer le minimum de f sur $[0;+\infty[$

Exercice 05 :

$$f : x \mapsto 4(x+1)^2-5$$

Montrer que $f(-1)$ est le minimum global de la fonction f

Bonus :

On définit pour chaque couple de réels (a,b) la fonction f par : $f(x)=a-\sqrt{x+b}$

Deux nombres u et v distincts sont dits échangeables s'il existe au moins un couple de réels (a,b) tel que la fonction f vérifie $f(u)=v$ et $f(v)=u$

1. Montrer que 2 et 3 sont échangeables.
2. A quelle condition deux entiers u et v sont-ils échangeables ?