

## DM02 ( Secondes D 2013-2014 )

Ne vous inquiétez pas pour vos difficultés en mathématiques, les miennes sont encore plus grandes.

Albert Einstein

### Exercice 01 :

On note  $k$  un entier naturel non nul.

On définit alors le nombre  $T(k) = \frac{k(1+k)}{2}$  (on dit que  $T$  est en fonction de  $k$ )

1. Démontrer que  $8 \times T(k) + 1$  est le carré d'un nombre entier.
2. Démontrer que  $T(k) + T(k+1)$  est le carré d'un nombre entier.
3. Démontrer que  $T(k)$  est toujours un nombre entier. On pourra étudier les deux cas : Si  $k$  est pair ou si  $k$  est impair.

### Exercice 02 :

Démontrer que les nombres suivants sont des entiers :  $a$  et  $b$  étant des entiers non nuls.

$$A = \frac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}} \quad B = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} \quad C = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - 2\sqrt{2}$$

### Exercice 03 :

On note  $X = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

1. Explique simplement pourquoi  $X$  est négatif.
2. Calculer  $X^2$
3. En déduire la valeur de  $X$ .

### Exercice 04 :

Calculer  $A = 1111111 \times 1111111 - 1111114 \times 1111108$

### Exercice 05 :

On note  $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (La proportion divine ou Nombre d'or)

1. Calculer  $\phi^2$  et  $\phi+1$  et en déduire une équation vérifiée par  $\phi$
2. Démontrer simplement (sans utiliser la valeur de  $\phi$ ) que  $\phi^3 = 2\phi+1$  et que  $\phi^{-1} = \phi-1$

Date :

A rendre avant le  
**Vendredi 20  
Septembre.**

Histoire

**Proportion divine  
Nombre d'or**

L'histoire de cette proportion commence à une période reculée de l'antiquité grecque. À la Renaissance, **Luca Pacioli**, un moine franciscain italien, la met à l'honneur dans un manuel de mathématiques et la surnomme **divine proportion**. Au cours des XIXe et XXe siècles naissent les termes de **section dorée** et de **nombre d'or**.

Le nombre d'or se trouve parfois dans la nature ou des œuvres humaines, comme dans les capitules du tournesol ou dans certains monuments mais aussi dans les proportions du corps humain.