

Niveau :

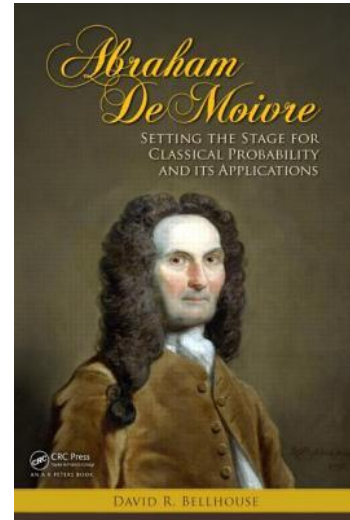
Seconde

Titre Cours :

Echantillonnage et estimation

Année :

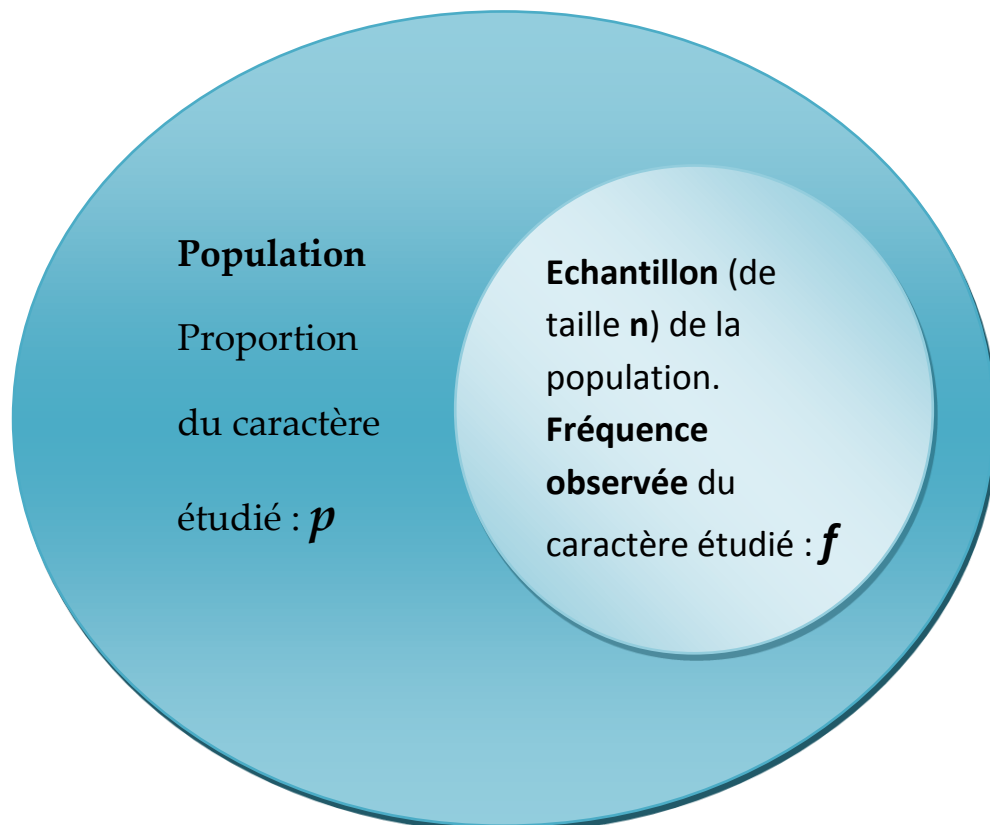
2016-2017



Abraham de Moivre (1667-1754)
Mathématicien Français

Citation du moment :

«Un probabiliste est une personne qui peut avoir la tête dans un four et les pieds pris dans la glace tout en disant qu'en moyenne il se sent bien» (Anonyme : Livre de Patrick Bogaert)

I. Echantillonnage et Estimation

On souhaite étudier un caractère dans une population (Ex : Ceux qui ont voté pour un candidat,).

Deux possibilités s'offrent à nous :

- **Echantillonnage** : Soit on connaît la **proportion p** d'individus ayant ce caractère dans l'ensemble de la population et on souhaite savoir dans quel intervalle va fluctuer (**intervalle de fluctuation**) la fréquence de ce caractère dans un échantillon obtenu. Si la fréquence f de l'échantillon est dans l'intervalle de fluctuation, alors on dira que l'échantillon est représentatif de la population.
- **Estimation** : Soit on ne connaît pas la proportion d'individus ayant ce caractère dans la population. On prélève un échantillon de la population et on détermine la **fréquence** de ce caractère apparaissant dans l'échantillon. Cette fréquence nous permet d'estimer **un intervalle de confiance** dans lequel fluctue la **proportion p** du caractère dans la population totale. Cela permet, par exemple, de faire des sondages et d'estimer le pourcentage de vote pour un candidat, sur une population complète.

Définition 01 : Intervalle de fluctuation (p connue ou conjecturé)

Soit α un réel de l'intervalle $]0,1[$

L'intervalle de fluctuation au seuil de $100(1-\alpha)$ %, relatif aux échantillons de taille n , est l'intervalle centré autour de p qui contient la fréquence observée f dans un échantillon de taille n avec une probabilité égale à $1-\alpha$.

Définition 01 : Intervalle de confiance (p est inconnu)

Soit α un réel de l'intervalle $]0,1[$

L'intervalle de confiance au seuil de $100(1-\alpha)$ %, relatif aux échantillons de taille n , est l'intervalle centré autour de f où se situe la proportion p du caractère dans la population avec une probabilité égale à $1-\alpha$.

II. Définition des intervalles de fluctuation et de confiance.

Soit p la proportion effective d'un caractère d'une population comprises entre 0,2 et 0,8 et f la fréquence du caractère dans un échantillon de taille n supérieure ou égale à 25.

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % ($\alpha = 0.05$) est

$$I_f = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Soit f la fréquence observée d'un caractère d'un échantillon (de taille ≥ 25) comprises entre 0,2 et 0,8 et p la proportion du caractère dans la population.

L'intervalle de confiance au seuil de 95 % ($\alpha = 0.05$) est

$$I_p = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

L'étendue d'un intervalle $[a;b]$ est $E_t = b - a$

Remarque :

L'étendue de ces deux intervalles est de $\frac{2}{\sqrt{n}}$ et donc plus n est grand et plus les intervalles sont précis.

Intervalle de fluctuation :

$$E_t =$$

Intervalle de confiance :

$$E_t =$$

Exemple 01 :

Dans un village de campagne à proximité d'industries chimiques, il est né entre l'année 2001 et 2005, 164 enfants dont 56 garçons.

Cela est-il normal ?

Exemple 02 :

Le 4 mai 2007, soit deux jours avant le second tour des élections présidentielles, on publie le sondage suivant réalisé auprès de 992 personnes :

Ségolène Royal : 45 % Nicolas Sarkozy : 55 %

Comment pouvez-vous interpréter ce sondage ?