

CH06F04 : Inéquations et problèmes

Evaluation

CH06F04-01

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

Rappels

Inéquations du premier degré

Développer et réduire.

Mettre les variables d'un côté et le reste de l'autre et déterminer les valeurs de x .

Inéquations de degré supérieur

Tout faire apparaître d'un même côté, puis factoriser et dresser un tableau des signes

Inéquations rationnelles

Tout faire apparaître d'un même côté, mettre au même dénominateur, factoriser et dresser un tableau des signes.

Exercice 01 : (CH06F04-01)

Une entreprise fabrique x objets. Le coût de fabrication est donné par la fonction

$$C : x \mapsto x^2 - 3x + 6$$

et la recette obtenue après la vente des objets, est donnée par

$$R : x \mapsto 4x^2 + 4$$

On note B la fonction bénéfice $R - C$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, alors

$$B(x) = 3 \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{27}{4}$$

2. Déterminer pour quelles valeurs de x , la société fait des bénéfices.

Exercice 02 : (CH06F04-01)

Pour quelles valeurs de R , le volume d'une sphère de rayon R est-il plus grand que le volume d'un cône de rayon \sqrt{R} et de hauteur 1 ?

Exercice 03 : (CH06F04-01)

On note f la fonction définie par

$$f : x \mapsto 2x^2 - 4x - 1$$

Montrer que -3 est minimum de f .

Exercice 04 : (CH06F04-01)

On note f la fonction définie par

$$f : x \mapsto 3x^2 - 3x$$

Déterminer la position relative entre la courbe représentative de f et l'axe des abscisses.

Exercice 05 : (CH06F04-01)

On note f et g les fonctions définies par

$$f : x \mapsto 3x^2 + 3x - 6$$

$$g : x \mapsto x + 2$$

1. A l'aide de votre calculatrice ou d'un logiciel tel que Geogebra, émettre une conjecture sur la position relative entre C_f et C_g

2. Montrer que pour tout x réel, on a

$$f(x) = 3(x-1)(x+2)$$

3. Démontrer la conjecture émise à la question 1.

Exercice 06 : (CH06F04-01)

On note f et g les fonctions définies par

$$f : x \mapsto 3x^2 - 3x - 6$$

$$g : x \mapsto -4x^2 + 16x - 12$$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = 3 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{27}{4}$$

2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$g(x) = 4 - 4(x-2)^2$$

3. Déterminer la forme factorisée de $f(x)$ et de $g(x)$

4. Déterminer la position relative entre C_f et la droite des abscisses.

5. Déterminer la position relative entre C_g et la droite des abscisses.

6. Déterminer la position relative entre C_f et C_g

7. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre C_f et l'axe des ordonnées. Même chose avec C_g .

8. Dresser un tableau de valeurs de f et de g pour x variant dans $[-1,5 ; 3]$

9. Tracer les deux courbes dans un repère. 5 cm pour 1 en abscisses et en ordonnées.

Exercice 07 : (CH06F04-01)

Déterminer pour quelles valeurs de R , le volume d'un cône de hauteur R et de base un cercle de rayon $R+1$, est-il plus petit ou égal à une sphère de rayon R .

Rappels

Volume d'un cône

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

Volume d'une sphère

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$