

CH06 : Tableau des signes d'un produit ou quotient

Activité 01 : Bénéfice d'une entreprise

Une entreprise fabrique x tonnes d'un produit. Le coût de la production est donné par la fonction $f : x \mapsto 6x^2 + 60$ (en milliers d'euros) et la recette réalisée après la vente des objets est donnée par la fonction $g : x \mapsto 42x$ (en milliers d'euros)

Déterminer pour quelles quantités de production, l'entreprise fait des bénéfices.

Activité 02 : Signe d'un produit de polynômes du premier degré.

Partie I : On souhaite trouver le signe de $A(x) = (2x - 4)(15 - 3x)$ suivant les valeurs de la variable x .

1. Etudier la fonction affine $f : x \mapsto 2x - 4$ (D_f , Variations et signes)
2. Etudier la fonction affine $g : x \mapsto 15 - 3x$ (D_g , Variations et signes)
3. Compléter le tableau des signes ci-dessous :

x	$-\infty$ $+\infty$
$2x - 4$	
$15 - 3x$	
$A(x) = f(x) \times g(x)$	

4. Sans faire de calcul, répondre aux questions suivantes :
 - a. Quel est le signe de $A(0)$, de $A(\pi)$ et de $A(10^7)$?
 - b. Que peut-on dire de $A(2)$ et $A(5)$?
 - c. Quelles sont les solutions de $A(x) \geq 0$ puis de $A(x) > 0$?
 - d. Quelles sont les solutions de $A(x) \leq 0$ puis de $A(x) < 0$?
 - e. Pourquoi cet exercice permet-il de répondre à l'activité 01 ?

Partie II : Par la méthode de votre choix, donner le signe des expressions suivantes

1. $A(x) = (x - 3)(x + 1)(2 - x)$
2. $B(x) = -2(x + 1)(10 - 5x)$
3. $D(x) = 3x(x^2 - 4)$

Rappels

m et p sont des réels

Fonctions affines

$$f : x \mapsto mx + p$$

Fonctions affines linéaires

$$f : x \mapsto mx$$

Fonctions affines constantes

$$f : x \mapsto p$$

Domaine de définition

$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

Variations

Si $m > 0$ alors f est strictement croissante sur \mathbb{R}

Si $m < 0$ alors f est strictement décroissante sur \mathbb{R}

Si $m = 0$ alors f est constante sur \mathbb{R}

Solution de $f(x) = 0$

$$x = -\frac{p}{m} \text{ si } m \neq 0$$