CH05F03 : Décrire les variations algébriquement (Niveau I)

Exercice 01 : (CH05F03-03)

1. On note $f : x \mapsto (x-2)^2 - 5$, a et b deux réels. Démontrer que
$$f(a)-f(b)=(a+b-4)(a-b)$$
2. On note $f : t \mapsto t^2 - 2t + 4$, a et b deux réels. Démontrer que
$$f(a)-f(b)=(a-b)(a+b-2)$$
3. On note $f : t \mapsto 3-4t^2$, x et y deux réels. Démontrer que
$$f(x)-f(y)=4(y-x)(y+x)$$
4. On note $f : x \mapsto 1-\dfrac{3}{x+1}$, a et b deux réels différents de -1. Démontrer que
$$f(a)-f(b)=\frac{3(a-b)}{(b+1)(a+1)}$$
5. On note $f : x \mapsto \dfrac{1}{x-2}+5$, a et b deux réels différents de 2. Démontrer que
$$f(a)-f(b)=\frac{b-a}{(a-2)(b-2)}$$

Exercice 03 : (CH05F03-03)

Exprimer $f(a)-f(b)$ sous forme factorisée comme dans l'exercice précédent.

1. $f : x \mapsto (x+3)^2 - 7$
   a et b sont des réels.
2. $f : t \mapsto 4(t+1)^2 + 3$
   a et b sont des réels.
3. $f : y \mapsto y^2 - y + 5$
   a et b sont des réels.
4. $f : x \mapsto 2x^2 - 3x + 7$
   a et b sont des réels.
5. $f : z \mapsto 2+\dfrac{1}{z-5}$
   a et b sont des réels différents de 5.
6. $f : h \mapsto \dfrac{2}{h+4}-3$
   a et b sont des réels différents de -4.

Exercice 03 : (CH05F03-04)

1. On note $f : x \mapsto (x-2)^2 - 5$, a et b deux réels tels que $a < b \leq 2$.
En utilisant le résultat de l'exercice 01, déterminer le signe de $f(a)-f(b)$ et en déduire les variations de f sur $]-\infty;2]$.
2. On note $f : x \mapsto (x-2)^2 - 5$, a et b deux réels tels que $2 \leq a < b$.
En utilisant le résultat de l'exercice 01, déterminer le signe de $f(a)-f(b)$ et en déduire les variations de f sur $[2;+\infty[$.
3. En déduire le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 04 : (CH05F03-04)

1. On note $f : t \mapsto t^2 - 2t + 4$, a et b deux réels tels que $a < b \leq 1$.
En utilisant le résultat de l'exercice 01, déterminer le signe de $f(a)-f(b)$ et en déduire les variations de f sur $]-\infty;1]$.
2. On note $f : t \mapsto t^2 - 2t + 4$, a et b deux réels tels que $1 \leq a < b$.
En utilisant le résultat de l'exercice 01, déterminer le signe de $f(a)-f(b)$ et en déduire les variations de f sur $[1;+\infty[$.
3. En déduire le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 05 : (CH05F03-04)

1. On note $f : x \mapsto 1-\dfrac{3}{x+1}$, a et b deux réels tels que $a < b < -1$.
En utilisant le résultat de l'exercice 01, déterminer le signe de $f(a)-f(b)$ et en déduire les variations de f sur $]-\infty;-1[$.
2. On note $f : x \mapsto 1-\dfrac{3}{x+1}$, a et b deux réels tels que $-1 < a < b$.
En utilisant le résultat de l'exercice 01, déterminer le signe de $f(a)-f(b)$ et en déduire les variations de f sur $]-1;+\infty[$.
3. En déduire le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$.

Evaluation

CH05F03-03			
AA	A	EA	NA

CH05F03-04			
AA	A	EA	NA

Rappels

F est croissante sur I si et seulement si les images et leurs antécédents sont dans le même ordre sur I.

Si $a \in I$, $b \in I$ et si pour tout a et b tels que $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$ alors f est croissante sur I.

(Si $f(a) < f(b)$ alors f est strictement croissante sur I)

F est décroissante sur I si et seulement si les images et leurs antécédents sont dans l'ordre contraire sur I.

Si $a \in I$, $b \in I$ et si pour tout a et b tels que $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$ alors f est décroissante sur I.

(Si $f(a) > f(b)$ alors f est strictement croissante sur I)