CH00F05 : Les nombres entiers

Exercice 01 : (CH00F05-09)
Crible d'Eratosthène. Entourer les nombres premiers parmi les10 premiers nombres entiers.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	21	31	41	51	61	71	81	91
20	12	22	32	42	52	62	72	82	92
30	13	23	33	43	53	63	73	83	93
40	14	24	34	44	54	64	74	84	94
50	15	25	35	45	55	65	75	85	95
60	16	26	36	46	56	66	76	86	96
70	17	27	37	47	57	67	77	87	97
80	18	28	38	48	58	68	78	88	98
90	19	29	39	49	59	69	79	89	99

Exercice 02 : (CH00F05-09)
Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres suivants puis déterminer le nombre de leurs diviseurs.
$A = 280280$ $B = 591500$

Exercice 03 : (CH00F05-09)
Deux nombres entiers naturels sont amiables si et seulement si la somme des diviseurs propres de l'un est égale à l'autre.

1. Déterminer les diviseurs entiers naturels de 220 et de 284.
2. Montrer que 220 et 284 sont amiables.
3. Montrer que 1184 et 1210 sont amiables.
4. Montrer que 2620 et 2924 sont amiables.

Exercice 04 : (CH00F05-09)
Si p est un nombre premier supérieur ou égal à 3, explique pourquoi les nombres ci-dessous sont des entiers :

$$A = \frac{3p-1}{2} \qquad B = \frac{3p+1}{2}$$

$$C = \frac{p^2-1}{4} \qquad D = \frac{p^2-2p+1}{4}$$

Exercice 05 : (CH00F05-09)
Démontrer que les nombres suivants sont des entiers :

$$A = \frac{(2\sqrt{5}+\sqrt{7})^2-(2\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}{4\sqrt{35}}$$

$$B = \frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+4\sqrt{2}+4\sqrt{3}$$

Exercice 06 : (CH00F05-10)
On note a et b deux nombres entiers.
1. Démontrer que
$$(3a+b)^2-(3a-b)^2 = 12ab$$

2. Exprimer 12 comme la différence de deux carrés d'entiers.

3. Exprimer 132 comme la différence de deux carrés d'entiers.

4. Exprimer 420 comme la différence de deux carrés d'entiers.

Exercice 07 : (CH00F05-10)
Un nombre entier naturel est parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres.

1. Montrer que 6 est parfait.

2. Montrer que 28 est parfait.

3. Montrer que 496 est parfait.

Exercice 08 : (CH00F05-10)
On souhaite démontrer que si n est un entier supérieur à 1, alors le nombre $a = n^4+4$ n'est pas un nombre premier.

1. Vérifier cette propriété pour les entiers inférieurs à 10.

2. Factoriser n^4+4n^2+4

3. En déduire une factorisation du nombre a.

4. Conclure

Evaluation

EX CH00F05-09			
AA	A	EA	NA
EX CH00F05-10			
AA	A	EA	NA

Historique

Eratosthène est né en Lybie en - 276

Les 4 premiers **nombres parfaits** sont connus depuis l'antiquité.

Des **nombres amiables**, **Pythagore** (-580) aurait parlé d'un ami qui « était un autre lui »

Découverte du plus grand nombre premier connu en 2008 ; C'est un nombre premier de **Mersenne** (1588)

$$2^{43\,112\,609}-1$$