

**Exercice 01 :**

**Evariste Galois** est né il y a exactement 200 ans en 1811. Il est malheureusement mort à 22 ans dans un duel mais la veille il a écrit toute sa pensée sur la résolubilité des équations et aujourd'hui encore nous étudions sa théorie dans les études en Master et même après. Nous allons nous intéresser dans ce devoir à ses recherches sur les fractions continues.

Nous allons avoir besoin, pour ce devoir, d'un des deux logiciels de calcul formel **Xcas** ou **Wmaxima**. Vous avez l'adresse de téléchargement au verso de cette feuille, ainsi qu'un mode d'emploi.

Les fractions continues que nous allons étudier sont celles de la forme :

$$x = a + \frac{1}{b + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \dots}}} \quad \text{avec } a > 0 \quad b > 0$$

**Partie I** Dans cette partie  $a = b = 1$

1. Montrer que  $x$  est solution de l'équation  $(E_1) : x^2 = x + 1$
2. Montrer que  $(E_1)$  est équivalente à  $(E_2) : \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$
3. Résoudre l'équation  $(E_2)$
4. Déterminer une écriture plus simple de  $x$

**Partie II** Dans cette partie  $a = 1$  et  $b = 2$

1. Montrer que  $x$  est solution de l'équation  $(E_1) : 2x^2 - 2x - 1 = 0$
2. A l'aide de Xcas ou Wmaxima, résoudre cette équation.
3. Vérifier que ces deux nombres proposés, sont bien solution de  $(E_1)$
4. A l'aide de Xcas ou Wmaxima, développer  $2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}$
5. Résoudre  $(E_1)$  puis déterminer une écriture plus simple de  $x$

**Partie III** Dans cette partie  $a = 2$  et  $b = 1$

1. Montrer que  $x$  est solution de l'équation  $(E_1) : x^2 - 2x - 2 = 0$
2. A l'aide de Xcas ou Wmaxima, résoudre cette équation.
3. Vérifier que ces deux nombres proposés, sont bien solution de  $(E_1)$
4. Développer  $(x - 1)^2 - 3$
5. Résoudre  $(E_1)$  puis déterminer une écriture plus simple de  $x$

JOYEUX NOËL et EXCELLENTE ANNÉE 2012



# Fiche Outils : Calcul formel (XMaxima et Xcas)

Vous pouvez télécharger Maxima à l'adresse suivante :

<http://maxima.sourceforge.net>

Après avoir installé Maxima, vous devez lancer **XMaxima**

Vous pouvez télécharger Xcas à l'adresse suivante :

[http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac\\_fr.html](http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac_fr.html)

Après avoir installé Xcas, vous devez lancer **frxcas**

Maxima		
Gestion des expressions littérales		
Utilisations	Commandes	Exemples
Développe l'expression $P(x)$	<code>expand(P)</code>	<code>expand((2*x+3)*(x-1)) ;</code>
Factorise l'expression $P(x)$	<code>factor(P)</code>	<code>factor(2*(x-1)^2-8);</code>
Résoudre l'équation $P(x)=0$	<code>solve(P,X)</code>	<code>solve(2*x+3=0,x);</code>
Calcule $P(x)$ pour $x=a$	<code>subst(a,x,P)</code>	<code>subst(2,x,2*x^2+1);</code>
Test si P et Q sont égales	<code>is(equal(P,Q))</code>	<code>is(equal(x+x,2*x)) ;</code>
Simplifie l'expression P	<code>display(P)</code>	<code>display(4*(x+1)+2*(x-1));</code>
Résoudre un système	<code>linsolve([E1,E2],[x,y])</code>	<code>linsolve([y=2*x+1,y=1-x],[x,y]);</code>
Résoudre $f(x)=c$ sur $[a,b]$	<code>find_root(f(x)=c,x,a,b)</code>	<code>find_root(x^2=2,x,0,2) ;</code>
Quelques fonctions de base		
Utilisations	Commandes	Exemples
Racine carrée de x	<code>sqrt(x)</code>	<code>sqrt(5);</code>
Valeur absolue de x	<code>abs(x)</code>	<code>abs(-3);</code>
Décomposition de x en produits	<code>factor(x)</code>	<code>factor(36);</code>
Partie entière de x	<code>entier(x)</code>	<code>entier(2.56);</code>
Diviseur et reste de a par b	<code>divide(a,b)</code>	<code>divide(11,3);</code>
Diviseur de la division de a par b	<code>first(divide(a,b))</code>	<code>first(divide(11,3));</code>
Reste de la division de a par b	<code>mod(a,b)</code>	<code>mod(11,3);</code>
Pgcd de a et b	<code>gcd(a,b)</code>	<code>gcd(30,12);</code>
Ppcm de a et b	<code>lcm(a,b)</code>	<code>lcm(30,12);</code>

Xcas		
Gestion des expressions littérales		
Utilisations	Commandes	Exemples
Développe l'expression $P(x)$	<code>expand(P)</code>	<code>expand((2*x+3)*(x-1))</code>
Factorise l'expression $P(x)$	<code>factor(P)</code>	<code>factor(2*(x-1)^2-8)</code>
Résoudre l'équation $P(x)=0$	<code>solve(P,X)</code>	<code>solve(2*x+3=0,x)</code>
Calcule $P(x)$ pour $x=a$	<code>subst(a,x,P)</code>	<code>subst(2,x,2*x^2+1)</code>
Simplifie l'expression P	<code>simplify(P)</code>	<code>simplify(4*(x+1)+2*(x-1))</code>
Résoudre un système	<code>linsolve([E1,E2],[x,y])</code>	<code>linsolve([y=2*x+1,y=1-x],[x,y])</code>
Résoudre $f(x)=c$	<code>lsolve(f(x)=c)</code>	<code>lsolve(x^2=2)</code>
Quelques fonctions de base		
Utilisations	Commandes	Exemples
Racine carrée de x	<code>sqrt(x)</code>	<code>sqrt(5)</code>
Valeur absolue de x	<code>abs(x)</code>	<code>abs(-3)</code>
Décomposition de x en produits	<code>ifactor(x)</code>	<code>ifactor(36)</code>
Liste des diviseurs de x	<code>idivis(x)</code>	<code>idivis(x)</code>
Partie entière de x	<code>floor(x)</code>	<code>floor(2.56)</code>
Diviseur et reste de a par b	<code>iquorem(a,b)</code>	<code>iquorem(11,3)</code>
Diviseur de la division de a par b	<code>iquo(a,b)</code>	<code>iquo(11,3)</code>
Reste de la division de a par b	<code>irem(a,b)</code>	<code>irem(11,3)</code>
Pgcd de a et b	<code>gcd(a,b)</code>	<code>gcd(30,12)</code>
Ppcm de a et b	<code>lcm(a,b)</code>	<code>lcm(30,12)</code>

## Calcul Formel

Un système de calcul formel

## CAS : computer algebra system

est un logiciel qui facilite le calcul et permet la manipulation des expressions mathématiques.

Nous allons utiliser deux logiciels de calcul formel gratuits (**Maxima** et **Xcas**) mais il y en a plein d'autres comme

## Mathematica

## Maple

## Mupad

## Sage

## Derive

Ces logiciels ne sont pas là pour vous apprendre à manipuler les expressions algébriques mais pour aller plus vite ou vous soulager de calculs fastidieux lorsque vous maîtrisez déjà les techniques de bases.

Ils ne sont pas là pour remplacer vos connaissances et vos savoir-faire mais comme des outils supplémentaires pour résoudre des problèmes même quand la technique est difficile.