

**Exercice 01 :**

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous forme exacte.

$$1. A = 2 - \frac{1}{\frac{3}{2} - 1} = 2 - \frac{1}{\frac{3}{2} - \frac{2}{2}} = 2 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 - 1 \times \frac{2}{1} = 2 - 2 = 0 \text{ donc } \boxed{A = 0}$$

$$2. B = 4\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175} = 4\sqrt{3^2 \times 7} - 2\sqrt{2^2 \times 7} + \sqrt{5^2 \times 7} = 12\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = 13\sqrt{7} \text{ donc } \boxed{B = 13\sqrt{7}}$$

$$3. C = \frac{(10^5)^{-30} \times 10^{78}}{10^{-12} \times (10^6)^{-17}} = \frac{10^{-150} \times 10^{78}}{10^{-12} \times 10^{-102}} = \frac{10^{-72}}{10^{-114}} = 10^{-72+114} = 10^{42} \text{ donc } \boxed{C = 10^{42}}$$

**Exercice 02 :**

On note  $A(x) = (3x - 1)^2 - 25$  où  $x$  désigne un réel.

1. Pour tout  $x$  réel :

$$A(x) = (3x - 1)^2 - 25 = (3x)^2 - 2(3x)(1) + 1^2 - 25 = 9x^2 - 6x - 24 \text{ donc } \boxed{A(x) = 9x^2 - 6x - 24}$$

2. Pour tout  $x$  réel :

$$A(x) = (3x - 1)^2 - 25 = (3x - 1)^2 - (5)^2 = (3x - 1 + 5)(3x - 1 - 5) = (3x + 4)(3x - 6) \text{ donc } \boxed{A(x) = (3x + 4)(3x - 6)}$$

$$3. A(2) = (3 \times 2 + 4)(3 \times 2 - 6) = (6 + 4) \times 0 = 0 \text{ donc } \boxed{A(2) = 0}$$

$$4. A(2\sqrt{3}) = 9(2\sqrt{3})^2 - 6(2\sqrt{3}) - 24 = 9 \times 4 \times 3 - 12\sqrt{3} - 24 = 84 - 12\sqrt{3} \text{ donc } \boxed{A(2\sqrt{3}) = 84 - 12\sqrt{3}}$$

$$5. A(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x + 4)(3x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 = 0 \text{ ou } 3x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \text{ ou } x = 2$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } \boxed{S = \left\{ -\frac{4}{3}; 2 \right\}}$$

**Exercice 03 :**

$$\text{On note } \varphi = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$1. \varphi^2 = \left( \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{(3)^2 + 2(3)(\sqrt{5}) + (\sqrt{5})^2}{4} = \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{14 + 6\sqrt{5}}{4} = \frac{2(7 + 3\sqrt{5})}{2 \times 2} = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{donc } \boxed{\varphi^2 = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}}$$

$$3\varphi - 1 = \frac{3(3 + \sqrt{5})}{2} - 1 = \frac{9 + 3\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{2} = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} \text{ donc } \boxed{3\varphi - 1 = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}}$$

$$\text{Conclusion : } \varphi \text{ est une solution de l'équation } \boxed{x^2 = 3x - 1}$$

$$2. \varphi^3 = \varphi^2 \times \varphi = (3\varphi - 1) \times \varphi = 3\varphi^2 - \varphi = 3(3\varphi - 1) - \varphi = 9\varphi - 3 - \varphi = 8\varphi - 3$$

$$\text{donc } \boxed{\varphi^3 = 8\varphi - 3}$$

3. D'après la question 1. on a :

$$\varphi^2 = 3\varphi - 1 \text{ et } \varphi \neq 0$$

$$\text{donc } \frac{\varphi^2}{\varphi} = \frac{3\varphi - 1}{\varphi} \text{ donc } \varphi = 3 - \frac{1}{\varphi} \text{ donc } \boxed{\varphi^{-1} = 3 - \varphi}$$