

Exercice 1 (4 pts) :

Simplifier les calculs suivants et donner les solutions sous forme d'une valeur exacte simplifiée.

$$A = \frac{2 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{6}{3} + \frac{1}{3}}{\frac{6}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{5} \text{ donc } \boxed{A = \frac{7}{5}}$$

$$B = \sqrt{12} - 2\sqrt{75} + \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} - 2\sqrt{5^2 \times 3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 2 \times 5\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + \sqrt{3} = -7\sqrt{3} \text{ donc } \boxed{B = -7\sqrt{3}}$$

$$C = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{(1 + \sqrt{5})^2}{4} = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \text{ donc } \boxed{C = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}}$$

$$D = \frac{(10^5)^{-1} \times 10^3}{10^7 \times 10^{-10}} = \frac{10^{-5} \times 10^3}{10^{-3}} = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^{-2+3} = 10^1 = 10 \text{ donc } \boxed{D = 10}$$

Exercice 2 (8 pts) :

Résoudre les équations ci-dessous :

Equation 01 : Résolution de $(3 - x)(2x + 5) = (x - 7)(7 - 2x)$

$$\begin{aligned} (3 - x)(2x + 5) &= (x - 7)(7 - 2x) \\ \Leftrightarrow 6x + 15 - 2x^2 - 5x &= 7x - 2x^2 - 49 + 14x \\ \Leftrightarrow x + 15 &= 21x - 49 \\ \Leftrightarrow 20x &= 64 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{64}{20} = \frac{16}{5} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $\boxed{S = \left\{ \frac{16}{5} \right\}}$

Equation 02 : Résolution de $4(x + 1)^2 - 16 = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow [2(x + 1)]^2 - (4)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2(x + 1) + 4)(2(x + 1) - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x + 6)(2x - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x + 6 = 0 \text{ ou } 2x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $\boxed{S = \{-3; 1\}}$

Equation 03 : Résolution de $(2x - 4)(x + 1) = (x - 2)(5x + 3)$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2(x - 2)(x + 1) - (x - 2)(5x + 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)[2(x + 1) - (5x + 3)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)(2x + 2 - 5x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)(-3x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } -3x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $\boxed{S = \left\{ -\frac{1}{3}; 2 \right\}}$

Equation 04 : Résolution de $(x - 3)^2 = 5$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x - 3)^2 - (\sqrt{5})^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 3 + \sqrt{5})(x - 3 - \sqrt{5}) &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 3 + \sqrt{5} = 0 \text{ ou } x - 3 - \sqrt{5} &= 0 \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow x = 3 - \sqrt{5} \text{ ou } x = 3 + \sqrt{5}$ L'ensemble des solutions est $\boxed{S = \{3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5}\}}$

Exercice 3 (6 pts) :

On note $A(x) = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 1)$

1. $A(x) = 4x^2 - 25 - (6x^2 - 2x + 15x - 5) = 4x^2 - 25 - 6x^2 - 13x + 5 = \boxed{-2x^2 - 13x - 20}$

$$\begin{aligned} 2. \quad A(x) &= (2x-5)(2x+5) - (2x+5)(3x-1) = (2x+5)[(2x-5) - (3x-1)] \\ &= (2x+5)(2x-5-3x+1) = \boxed{(2x+5)(-x-4)} \end{aligned}$$

$$3. \quad A\left(\frac{5}{2}\right) = -2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 13 \times \frac{5}{2} - 20 = -\frac{25}{2} - \frac{65}{2} - \frac{40}{2} = -\frac{130}{2} = \boxed{-65}$$

$$4. \quad A(-\sqrt{2}) = -2(-\sqrt{2})^2 - 13(-\sqrt{2}) - 20 = -4 + 13\sqrt{2} - 20 = \boxed{13\sqrt{2} - 24}$$

$$5. \quad A(x) = 0 \Leftrightarrow (2x+5)(-x-4) \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \text{ ou } x = -4$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{-4; -\frac{5}{2}\right\}$

Exercice 4 (2 pts) :

On note $\alpha = -\frac{1}{3}$

1. $3\alpha + 1 = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$ donc α solution de $3x + 1 = 0$
2. $9\alpha^2 - 1 = 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = 9 \times \frac{1}{9} - 1 = 1 - 1 = 0$ donc α solution de $9x^2 - 1 = 0$
3. Les deux équations ne sont pas équivalentes car la deuxième a une autre solution.