Exercice 1 (8 pts) :

1. $D_f = D_g = [0; 9]$
2. L'image de 2 par la fonction g est -1
3. Les antécédents de -1 par la fonction g sont 2 et 8
4. $f(0) = 4$
5. $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \{2; 5\}$
6. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \in [0; 2[\cup]2; 5[$
7. Tableau des signes de la fonction g

x	0		4		$7,75$		9
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

8. Tableau des variations de la fonction g

x	0		6		9
f	$-1,5$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3

9. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{5; 8\}$
10. $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in]5; 8[$
11. Le minimum de f sur D_f est -2 et est atteint pour $x = 7$.
12. Le maximum local de f sur $[1; 4]$ est 2 et est atteint pour $x = 4$.
13. $f(x) \times g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ ou $g(x) = 0$ donc $S = \{4; 5,5; 7,75; 9\}$

Exercice 2 (5 pts) :

On note $f : x \mapsto 27 - 3(x-2)^2$

1. $D_f = \mathbb{R}$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, alors $f(x) = 27 - 3(x-2)^2 = 27 - 3(x^2 - 4x + 4) = 27 - 3x^2 + 12x - 12 = -3x^2 + 12x + 15$
3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, alors $f(x) = 27 - 3(x-2)^2 = 3[9 - (x-2)^2] = 3[3 - (x-2)][3 + (x-2)] = 3(5-x)(x+1)$
4. $f(2) = 27 - 3(2-2)^2 = 27 - 3 \times 0 = 27$
5. $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(5-x)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -1$ donc $S = \{-1; 5\}$
6. $f(x) = 15 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x + 15 = 15 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow 3x(-x+4) = 0$
   $\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 4$ donc $S = \{0; 4\}$
7. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $f(x) - f(2) = 27 - 3(x-2)^2 - 27 = -3(x-2)^2$
   Or un carré est toujours positif ou nul dans $\mathbb{R}$ et -3 est négatif donc la produit des deux est négatif ou nul.
   donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $f(x) - f(2) \leq 0$
8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $f(x) - f(2) \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq f(2)$
   donc $f(2) = 27$ est le maximum de f et est atteint pour $x = 2$.

Exercice 3 (5 pts) :

1. $x = 0$ puis $y = -4$ puis $y = \dfrac{1}{4}$ puis $y = 4 + \dfrac{3}{4} = \dfrac{19}{4}$
2. $x = a$ puis $y = 2a - 4$ puis $y = -\dfrac{1}{2a-4}$ puis $y = 4 - \dfrac{3}{2a-4}$
3. $h(x)$ existe si et seulement si $2a - 4 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ donc $D_h = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
4. $h : x \mapsto 4 - \dfrac{3}{2x-4}$
5. Pour tout $x \neq 2$ alors :
   $h(x) = 4 - \dfrac{3}{2x-4} = \dfrac{4(2x-4)-3}{2x-4} = \dfrac{8x-16-3}{2x-4} = \dfrac{8x-19}{2x-4}$
6. $h(x) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{8x-19}{2x-4} = 1 \Leftrightarrow 8x - 19 = 2x - 4 \Leftrightarrow 6x = 15 \Leftrightarrow x = \dfrac{15}{6}$