Exercice 1 (8 pts) :

1. $D_f = D_g = [0; 9]$
2. L'image de 1 par la fonction f est 2
3. L'antécédents de 3 par la fonction f sont $0,5$
4. $g(0) = -1,5$
5. $g(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \{5; 7,5\}$
6. $g(x) > -1 \Leftrightarrow x \in]2; 7[$
7. Tableau des signes de la fonction f

x	0		$5,5$		9
$f(x)$		$+$	0	$-$	0

8. Tableau des variations de la fonction g

x	0		2		4		7		9
	4				2				0
f		↘		↗		↘		↗	
			1				-2		

9. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{5; 8\}$
10. $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in]5; 8[$
11. Le maximum de g sur D_f est 3 et est atteint pour $x = 6$.
12. Le minimum local de f sur $[1; 4]$ est 1 et est atteint pour $x = 2$.
13. $f(x) \times g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ ou $g(x) = 0$ donc $S = \{4; 5,5; 7,75; 9\}$

Exercice 2 (5 pts) :

On note $f : x \mapsto 5x^2 + 10x - 40$

1. $D_f = \mathbb{R}$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, alors $5(x+1)^2 - 45 = 5(x^2 + 2x + 1) - 45 = 5x^2 + 10x + 5 - 45 = 5x^2 + 10x - 40 = f(x)$
3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, alors $f(x) = 5(x+1)^2 - 45 = 5[(x+1)^2 - 9] = 5(x+1+3)(x+1-3) = 5(x+4)(x-2)$
4. $f(-1) = 5(-1+1)^2 - 45 = -45$
5. $f(x) = 0 \Leftrightarrow 5(x+4)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 2$ donc $S = \{-4; 2\}$
6. $f(x) = 10 \Leftrightarrow 5(x+1)^2 - 45 = 10 \Leftrightarrow 5(x+1)^2 - 55 = 0 \Leftrightarrow 5[(x+1)^2 - 11]$
   $5(x+1-\sqrt{11})(x+1+\sqrt{11}) = 0 \Leftrightarrow x = -1+\sqrt{11}$ ou $x = -1-\sqrt{11}$ donc $S = \{-1-\sqrt{11}; -1+\sqrt{11}\}$
7. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $f(x) - f(-1) = 5(x+1)^2 - 45 + 45 = 5(x+1)^2$
   Or un carré est toujours positif ou nul dans $\mathbb{R}$ et 5 est positif donc la produit des deux est positif ou nul.
   donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $f(x) - f(2) \geq 0$
8. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $f(x) - f(-1) \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq f(-1)$
   donc $f(-1) = -45$ est le minimum de f et est atteint pour $x = -1$.

Exercice 3 (5 pts) :

1. $x = 0$ puis $y = 3$ puis $y = \dfrac{1}{3}$ puis $y = 3 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{7}{3}$
2. $x = a$ puis $y = a + 3$ puis $y = \dfrac{1}{a+3}$ puis $y = 3 - \dfrac{2}{a+3}$
3. $h(x)$ existe si et seulement si $a + 3 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -3$ donc $D_h = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$
4. $h : x \mapsto 3 - \dfrac{2}{x+3}$
5. Pour tout $x \neq 2$ alors :
   $h(x) = 3 - \dfrac{2}{x+3} = \dfrac{3(x+3) - 2}{x+3} = \dfrac{3x + 9 - 2}{x+3} = \dfrac{3x+7}{x+3}$
6. $h(x) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{3x+7}{x+3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 7 = x + 3 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = \dfrac{-4}{2} = -2$