**Exercice 1 (3,5 pts) :**

1. $f_3$ existe si et seulement si $x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$ donc $\boxed{D_{f_3} = [-3; +\infty[}$
2. $f_1$ existe pour toutes les valeurs réelles de $x$ donc $\boxed{D_{f_1} = \mathbb{R}}$
3. $f_2$ existe si et seulement si $x^2 - 4 = (x-2)(x+2) \neq 0$
   $x - 2 \neq 0$ et $x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ et $x \neq -2$ Donc $\boxed{D_{f_2} = ]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[}$

**Exercice 2 (3,5 pts) :**

1. $8 = 2x^2 \Leftrightarrow 8 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 2(4 - x^2) = 0 \Leftrightarrow 2(2-x)(2+x) = 0$
   $\Leftrightarrow 2 - x = 0$ ou $2 + x = 0 \Leftrightarrow 2 = x$ ou $x = -2$ Donc $\boxed{S = \{-2; 2\}}$
2. L'équation existe si et seulement si $3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$
   $\dfrac{2}{3x} = -x \Leftrightarrow 2 = -3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 2 = 0$ Il n'y a pas de solution à cette équation car $3x^2$ est positif et si on l'ajoute à 2 on ne peut pas obtenir 0. On a donc $\boxed{S = \emptyset}$

**Exercice 3 (6,5 pts) :**

1. $f(x)$ existe pour toutes les valeurs réelles de $x$ donc $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$
2. $f(1) = (1-1)^2 + 6 = 6$ donc $\boxed{f(1) = 6}$ Donc l'image de 1 par $f$ est 6
3. $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \left(\dfrac{1}{2} - 1\right)^2 + 6 = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 + 6 = \dfrac{1}{4} + 6 = \dfrac{25}{4}$
   donc $\boxed{f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{25}{4}}$
4. Il faut résoudre l'équation $f(x) = 6$
   $(x-1)^2 + 6 = 6 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ $\boxed{\text{L'antécédent de 6 par } f \text{ est 1}}$
5. $f(x) = 15 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 6 = 15 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 1 + 3)(x - 1 - 3) = 0$
   $(x+2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 4$ donc $\boxed{S = \{-2; 4\}}$

**Exercice 4 (6,5 pts) :**

1. $g(x)$ existe si et seulement si $x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$ donc $\boxed{D_g = ]-\infty; -5[\cup]-5; +\infty[}$
2. $g(0) = \dfrac{3}{0+5} + 2 = \dfrac{3}{5} + 2 = \dfrac{13}{5}$ donc $g(0) = \dfrac{13}{5}$ $\boxed{\text{L'image de 0 par } g \text{ est } \dfrac{13}{5}}$
3. $g(-1) = \dfrac{3}{-1+5} + 2 = \dfrac{3}{4} + 2 = \dfrac{11}{4}$ donc $\boxed{g(-1) = \dfrac{11}{4}}$
4. Il faut résoudre $g(x) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x+5} + 2 = 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x+5} = 0 \Leftrightarrow 3 = 0$
   Il n'y a pas de solution à cette équation, donc $\boxed{\text{pas d'antécédent de 2 par g.}}$
5. $g(x) = -1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x+5} + 2 = -1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x+5} = -3 \Leftrightarrow 3 = -3(x+5)$
   $3 = -3x - 15 \Leftrightarrow -3x = 18 \Leftrightarrow x = -6$ donc $\boxed{S = \{-6\}}$

**Exercice facultatif/Bonus/Supplémentaire (1,5 pts) :**

1. On note $x = 2010$ et donc on obtient :
   $A = \sqrt{(x+6)\sqrt{(x-1)\times(x+1)+1}+9} = \sqrt{(x+6)\sqrt{x^2-1+1}+9}\sqrt{(x+6)\sqrt{x^2}+9}$
   $A = \sqrt{(x+6)x+9} = \sqrt{x^2+6x+9} = \sqrt{(x+3)^2} = x+3 = \boxed{2013}$
2. On pose $a = 4,5353\underline{53}...$
   Alors $100a = 453,5353\underline{53}...$
   Donc $100a - a = 453 - 4 \Leftrightarrow 99a = 449 \Leftrightarrow \boxed{a = \dfrac{449}{99}}$