

Exercice 1 (4 pts) :

$$A = \frac{\frac{4}{3} - 1}{\frac{4}{3} + 1} = \frac{\frac{4}{3} - \frac{3}{3}}{\frac{4}{3} + \frac{3}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

$$B = 4\sqrt{5} - 2\sqrt{20} + \sqrt{125} = 4\sqrt{5} - 2\sqrt{2^2 \times 5} + \sqrt{5^2 \times 5} = 4\sqrt{5} - 2 \times 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = \boxed{5\sqrt{5}}$$

$$C = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 - 5 = \boxed{4}$$

$$D = \frac{10^7 \times (10^{-2})^5}{10^{-6} \times 10^2} = \frac{10^7 \times 10^{-10}}{10^{-4}} = \frac{10^{-3}}{10^{-4}} = 10^{+3+4} = 10^1 = \boxed{10}$$

Exercice 2 (8 pts) :

Résoudre les équations ci-dessous :

Equation 01 : Résolution de $49 = 25(2x + 3)^2$:

$$\begin{aligned} 49 &= 25(2x + 3)^2 \\ \Leftrightarrow 7^2 - [5(2x + 3)]^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (7 + 5(2x + 3))(7 - 5(2x + 3)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (7 + 10x + 15)(7 - 10x - 15) &= 0 \\ \Leftrightarrow (10x + 22)(-10x - 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow 10x + 22 = 0 \text{ ou } -10x - 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{11}{5} \text{ ou } x = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ -\frac{4}{5}; -\frac{11}{5} \right\}$

Equation 02 : Résolution de $(7x - 1)(2x + 2) = (3 - 2x)(6 - 7x)$

$$\begin{aligned} (7x - 1)(2x + 2) &= (3 - 2x)(6 - 7x) \\ \Leftrightarrow 14x^2 + 14x - 2x - 2 &= 18 - 21x - 12x + 14x^2 \\ \Leftrightarrow 14x - 2x + 21x + 12x &= 2 + 18 \\ \Leftrightarrow 45x &= 20 \\ \Leftrightarrow x = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ \frac{4}{9} \right\}$

Equation 03 : Résolution de $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 7$:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 &= 7 \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - (\sqrt{7})^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2} + \sqrt{7}\right)\left(x + \frac{1}{2} - \sqrt{7}\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} + \sqrt{7} = 0 \text{ ou } x + \frac{1}{2} - \sqrt{7} &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} - \sqrt{7} \text{ ou } x = -\frac{1}{2} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ -\frac{1}{2} - \sqrt{7}; -\frac{1}{2} + \sqrt{7} \right\}$

Equation 04 : Résolution de $(6x + 3)(4x - 1) = (2x + 1)(3x - 5)$:

$$\begin{aligned} (6x + 3)(4x - 1) &= (2x + 1)(3x - 5) \\ \Leftrightarrow 3(2x + 1)(4x - 1) - (2x + 1)(3x - 5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (2x+1)[3(4x-1)-(3x-5)] = 0 \\
&\Leftrightarrow (2x+1)(12x-3-3x+5) = 0 \\
&\Leftrightarrow (2x+1)(9x+2) = 0 \\
&\Leftrightarrow 2x+1 = 0 \text{ ou } 9x+2 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{2}{9} \text{ L'ensemble des solutions est } \boxed{S = \left\{-\frac{1}{2}; -\frac{2}{9}\right\}}
\end{aligned}$$

Exercice 3 (6 pts) :

On note $A(x) = (2x-1)(3x+4) + 4x^2 - 1$

1. $A(x) = (2x-1)(3x+4) + 4x^2 - 1 = 6x^2 + 8x - 3x - 4 + 4x^2 - 1 = \boxed{10x^2 + 5x - 5}$
2. $A(x) = (2x-1)(3x+4) + 4x^2 - 1 = (2x-1)(3x+4) + (2x-1)(2x+1) =$
 $(2x-1)(3x+4+2x+1) = \boxed{(2x-1)(5x+5)}$
3. $A\left(\frac{1}{2}\right) = \left(2 \times \frac{1}{2} - 1\right) \left(5 \times \frac{1}{2} + 5\right) = 0 \times \left(5 \times \frac{1}{2} + 5\right) = \boxed{0}$
4. $A(2\sqrt{3}) = 10(2\sqrt{3})^2 + 5(2\sqrt{3}) - 5 = 10 \times 12 + 10\sqrt{3} - 5 = \boxed{115 + 10\sqrt{3}}$
5. $A(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(5x+5) = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \text{ ou } 5x+5 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -1$

L'ensemble des solutions est $\boxed{S = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}}$

Exercice 4 (2 pts) :

On note $\alpha = \frac{2}{3}$

1. $3\alpha - 2 = 3 \times \frac{2}{3} - 2 = 2 - 2 = 0$ donc α est solution de $3x - 2 = 0$
2. $9\alpha^2 - 4 = 9 \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 = 9 \times \frac{4}{9} - 4 = 4 - 4 = 0$ donc α est solution de $9x^2 - 4 = 0$.
3. Elles ne sont pas équivalentes car la deuxième équation a une autre solution : $-\frac{2}{3}$

Exercice facultatif/Bonus/Supplémentaire (2 pts) :

Résoudre l'équation suivante :

$$7\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 5(2x-1)^2$$