

Exercice 1 :

$$A = \left| \frac{\sqrt{117} - \sqrt{637}}{\sqrt{52}} \right| = \left| \frac{3\sqrt{13} - 7\sqrt{13}}{2\sqrt{13}} \right| = \left| \frac{-4\sqrt{13}}{2\sqrt{13}} \right| = |-2| = 2$$

$$B = \left| \frac{(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2}{4} \right| = \left| \frac{12 + 12\sqrt{15} + 45 + 12 - 12\sqrt{15} + 45}{4} \right| = \left| \frac{114}{4} \right| = \left| \frac{57}{2} \right| = \frac{57}{2}$$

$$C = E \left[\frac{10\pi(3 + \pi)^2 - \pi(4 + 2\pi)(20 + 5\pi)}{5} \right] = E \left[\frac{10\pi(9 + 6\pi + \pi^2) - (4\pi + 2\pi^2)(20 + 5\pi)}{5} \right]$$

donc

$$C = E \left[\frac{90\pi + 60\pi^2 + 10\pi^3 - 80\pi - 20\pi^2 - 40\pi^2 - 10\pi^3}{5} \right] = E \left[\frac{10\pi}{5} \right] = E[2\pi] = 6$$

Exercice 2 :On note p un nombre premier supérieur strictement à 2.

$$\text{On note } A = \left(\frac{p^2 + 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{p^2 - 1}{2} \right)^2$$

- 1.
- p
- est un nombre premier supérieur strictement à 2

donc p est un nombre impairdonc p^2 est un nombre impairdonc $p^2 + 1$ et $p^2 - 1$ sont des nombres pairsdonc $\frac{p^2 + 1}{2} \in \mathbb{N}$ et $\frac{p^2 - 1}{2} \in \mathbb{N}$ or \mathbb{N} est stable par addition et multiplication donc $A \in \mathbb{N}$.

$$2. A = \left(\frac{p^2 + 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{p^2 - 1}{2} \right)^2 = \frac{p^4 + 2p^2 + 1}{4} - \frac{p^4 - 2p^2 + 1}{4} = \frac{4p^2}{4} = p^2$$

- 3.
- $\sqrt{257} \approx 16,03$

Or 257 n'est divisible par aucun des diviseurs premiers jusqu'à 17

donc 257 est un nombre premier.

4. D'après la question 2 on a :

$$257^2 = \left(\frac{257^2 + 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{257^2 - 1}{2} \right)^2 = 33025^2 - 33024^2$$

5. On note
- ABC
- un triangle tel que
- $AB = 330,25$
- m,
- $AC = 33024$
- cm et
- $BC = 0,00257$
- km

donc $AB = 33025$ cm, $AC = 33024$ cm et $BC = 257$ cmD'après la question précédente : $BC^2 = AB^2 - AC^2$ donc $AB^2 = BC^2 + AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C .