Exercice 1 :
Développe les expressions ci-dessous qui sont définies sur $\mathbb{R}$.

1. $A = 4(x-2)^2+(2x-5)(3-x) = 4(x^2-4x+4)+6x-2x^2-15+5x = 4x^2-16x+16-2x^2+11x-15 = 2x^2-5x+1$
2. $B = 2\left[\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{5}{4}\right] = 2\left(x^2+x+\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{4}\right) = 2(x^2+x-1) = 2x^2+2x-2$

Exercice 2 :
Factorise les expressions ci-dessous qui sont définies sur $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} C &= (3x-5)(2x+1)-(5x+6)(3x-5) \\ &= (3x-5)[(2x+1)-(5x+6)] \\ &= (3x-5)(2x+1-5x-6) \\ &= (3x-5)(-3x-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 25x^2-16-(4-5x)(2x+3) \\ &= (5x-4)(5x+4)-(4-5x)(2x+3) \\ &= (5x-4)(5x+4)+(5x-4)(2x+3) \\ &= (5x-4)[(5x+4)+(2x+3)] \\ &= (5x-4)(7x+7) \\ &= 7(5x-4)(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (4x-6)(2x+1)+(3-2x)(x-1) \\ &= 2(2x-3)(2x+1)+(3-2x)(x-1) \\ &= (2x-3)[2(2x+1)-(x-1)] \\ &= (2x-3)(4x+2-x+1) \\ &= (2x-3)(3x+3) \\ &= 3(2x-3)(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 9(x-4)^2-4(2x-1)^2 \\ &= [3(x-4)]^2-[2(2x-1)]^2 \\ &= [3(x-4)+2(2x-1)][3(x-4)-2(2x-1)] \\ &= (3x-12+4x-2)(3x-12-4x+2) \\ &= (7x-14)(-x-10) \\ &= -7(x-2)(x+10) \end{aligned}$$

Exercice 3 :
On note $G = \dfrac{4x+18}{4(x+1)^2-49}$ et $H = \sqrt{3(1-x)}$

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a
   $4(x+1)^2-49 = (2(x+1)-7)(2(x+1)+7) = (2x-5)(2x+9)$
   donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $4(x+1)^2-49 = (2x-5)(2x+9)$
2. G existe si et seulement si
   $4(x+1)^2-49 \neq 0 \Leftrightarrow (2x-5)(2x+9) \neq 0 \Leftrightarrow 2x-5 \neq 0$ et $2x+9 \neq 0$
   $\Leftrightarrow 2x \neq 5$ et $2x \neq -9 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{5}{2}$ et $x \neq -\dfrac{9}{2}$
   donc $E_G = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{9}{2}; \dfrac{5}{2}\right\}$
3. H existe si et seulement si $3(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow 1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$
   donc $E_H =]-\infty; 1]$
4. $G\dfrac{4x+18}{4(x+1)^2-49} = \dfrac{2(2x+9)}{(2x-5)(2x+9)} = \dfrac{2}{2x-5}$.
5. Si $x = \sqrt{2}$ alors
   $G = \dfrac{2}{2\sqrt{2}-5} = \dfrac{2(2\sqrt{2}+5)}{8-25} = \dfrac{4\sqrt{2}+10}{-17} = -\dfrac{4\sqrt{2}+10}{17}$
6. Si $x = -26$ alors $H = \sqrt{3(1-(-26))} = \sqrt{3(1+26)} = \sqrt{81} = 9$

Exercice 4 :
Démontrer les égalités suivantes :

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a
$\left(x+\frac{3}{2}\right)(2x-10) = 2x^2+3x-10x-15 = 2x^2-7x-15$
et
$2\left[\left(x-\frac{7}{4}\right)^2-\frac{169}{16}\right] = 2\left[x^2-\frac{7}{2}x-\frac{49}{16}-\frac{169}{16}\right] = 2\left[x^2-\frac{7}{2}x-\frac{120}{16}\right] = 2x^2-7x-\frac{120}{8} = 2x^2-7x-15$
donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
$$\left(x+\frac{3}{2}\right)(2x-10) = 2\left[\left(x-\frac{7}{4}\right)^2-\frac{169}{16}\right]$$

2. Les expressions existent si et seuelement si $x-1 \neq 0$ et $x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ et $x \neq -3$
Pour tout $x \in \mathbb{R}$ avec $x \neq -3$ et $x \neq 1$
$$\begin{aligned}\frac{2}{x+3}-\frac{3}{x-1} &= \frac{2(x-1)}{(x+3)(x-1)}-\frac{3(x+3)}{(x+3)(x-1)} = \frac{2x-2-3x-9}{(x+3)(x-1)}\\ &= \frac{-x-11}{(x+3)(x-1)} = -\frac{x+11}{(x+3)(x-1)}\end{aligned}$$
Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ avec $x \neq -3$ et $x \neq 1$
$$\frac{2}{x+3}-\frac{3}{x-1} = -\frac{x+11}{(x+3)(x-1)}$$