Exercice 1 :

1. $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$
   $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
2. $\sqrt{396} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 11} = 6\sqrt{11}$
3. $A = \dfrac{168}{396} - \dfrac{15}{33} = \dfrac{2^3 \times 3 \times 7}{2^2 \times 3^2 \times 11} - \dfrac{15}{33} = \dfrac{14}{33} - \dfrac{15}{33} = -\dfrac{1}{33}$

Exercice 2 :
On note p un nombre premier supérieur ou égal à 3.

1. p est un nombre premier plus grand ou égal à 3 donc p est impair.
   On a donc $9p$ qui est impair et donc $9p+1$ et $9p-1$ sont des nombres pairs.
   La moitié d'un nombre pair est un nombre entier donc $\dfrac{9p+1}{2} \in \mathbb{N}$ et $\dfrac{9p-1}{2} \in \mathbb{N}$
2. $\left(\dfrac{9p+1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{9p-1}{2}\right)^2 = \dfrac{81p^2+18p+1}{4} - \dfrac{81p^2-18p+1}{4} = \dfrac{36p}{4} = 9p$
3. $99 = 9 \times 11$ donc on applique la formule précédente avec $p = 11$
   $99 = \left(\dfrac{9 \times 11 + 1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{9 \times 11 - 1}{2}\right)^2 = 50^2 - 49^2$

Exercice 3 :

1. $B = (4\sqrt{5} - 3\sqrt{7})^2 - (4\sqrt{5} + 3\sqrt{7})^2 = (80 - 24\sqrt{35} + 63) - (80 + 24\sqrt{35} + 63) = -48\sqrt{35}$
   $C = \dfrac{4}{5} - \dfrac{7}{5}\left(\dfrac{4}{3} - 1\right) = \dfrac{4}{5} - \dfrac{7}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{5} - \dfrac{7}{15} = \dfrac{12}{15} - \dfrac{7}{15} = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3}$
   $D = \dfrac{4 \times 10^7 \times 10^2}{5 \times (10^{-5})^{-1}} = \dfrac{4 \times 10^9}{5 \times 10^5} = \dfrac{4}{5}.10^4 = 0,8.10^4 = 8000$
2. $|B| = |-48\sqrt{35}| = 48\sqrt{35}$
   $|C| = \left|\dfrac{1}{3}\right| = \dfrac{1}{3}$
   $E[D] = E[8000] = 8000$

Exercice 4 :

1. $\alpha^2 = (1+\sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3 + 2\sqrt{2}$
   $2\alpha + 1 = 2(1+\sqrt{2}) + 1 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$
   On a donc $\alpha^2 = 2\alpha + 1$
2. $\alpha^{-1} = \dfrac{1}{1+\sqrt{2}} = \dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \dfrac{1-\sqrt{2}}{1-2} = \dfrac{1-\sqrt{2}}{-1} = -1 + \sqrt{2}$
   $\alpha - 2 = 1 + \sqrt{2} - 2 = -1 + \sqrt{2}$
   On a donc $\alpha^{-1} = \alpha - 2$
3. $\alpha^3 = \alpha^2 \times \alpha = (2\alpha+1)\alpha = 2\alpha^2 + \alpha = 2(2\alpha+1) + \alpha = 5\alpha + 2$
   $\alpha^{-2} = \alpha^{-1} \times \alpha^{-1} = (\alpha-2)(\alpha-2) = \alpha^2 - 4\alpha + 4 = 2\alpha + 1 - 4\alpha + 4 = 5 - 2\alpha$

Exercice 5 :

1. ABC est un triangle, K milieu de $[AC]$, J milieu de $[AB]$ et I milieu de $[AB]$
   D'après le théorème de la droite des milieux, on a :
   $KJ = \dfrac{AB}{2} = AI = IB$ et $KI = \dfrac{BC}{2} = CJ = JB$ puis $JI = \dfrac{AC}{2} = AK = KC$
   Conclusion :
   $\begin{cases} KI = KI \\ IJ = KA \\ KJ = AI \end{cases}$ donc d'après l'un des critères d'isométrie, AKI et KJI sont isométriques.
2. D'après la question précédente, les quatres triangles KCJ, JIB, KJI et AKI sont tous isométriques et donc ont la même aire. On a donc $Aire_{ABC} = 4 \times Aire_{KJI}$ donc $Aire_{KIJ} = \dfrac{Aire_{ABC}}{4}$.