

Exercice 1 :

1. Les deux angles \widehat{DAB} et \widehat{AHB} sont droits donc $\widehat{DAB} = \widehat{AHB}$.

L'angle \widehat{HBA} est commun aux deux triangles et $H \in [DB]$ donc $\widehat{HBA} = \widehat{DBA}$.

Conclusion :

$$\begin{cases} \widehat{DAB} = \widehat{AHB} \\ \widehat{HBA} = \widehat{DBA} \end{cases} \text{ donc d'après l'un des critères de similitude, les triangles } ABD \text{ et } AHB \text{ sont semblables.}$$

$$2. Aire_{AHB} = \frac{AH \times HB}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$$

$$3. \text{ Le coefficient d'agrandissement pour passer de } ABH \text{ à } ABD \text{ est : } \frac{AB}{AH} = \frac{5}{3}$$

$$4. Aire_{ABD} = Aire_{ABH} \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 54 \times \frac{25}{9} = 150$$

5. Les triangles ABD et AHB sont semblables donc les côtés de l'un sont proportionnels aux côtés de l'autre :

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BH}{AB} = \frac{AH}{AD} \text{ donc } \frac{15}{BD} = \frac{9}{15} = \frac{12}{AD}$$

Calculons AD :

$$AD = \frac{15 \times 12}{9} = 20$$

Calculons BD :

$$BD = \frac{15 \times 15}{9} = 25$$

Calculons HD :

$$HD = BD - BH = 16$$

Exercice 2 :

Le triangle ABC est rectangle en A donc on peut utiliser la trigonométrie.

$$1. \tan(30^\circ) = \frac{AC}{AB} \text{ donc } AB = \frac{AC}{\tan(30^\circ)} = \frac{25}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 25\sqrt{3}$$

$$2. \sin(30^\circ) = \frac{AC}{BC} \text{ donc } BC = \frac{25}{\frac{1}{2}} = 50$$

Exercice 3 :

$$1. a = 5^3 \times 7^3 \times 3^2 \times 2^4$$

$$2. \sqrt{a} = \sqrt{5^3 \times 7^3 \times 3^2 \times 2^4} = 420\sqrt{35}$$

$$3. ab^2 = 5^3 \times 7^3 \times 3^2 \times 2^4 \times 2^6 \times 3^2 \times 7^8 \times 5^4 = 2^{10} \times 3^4 \times 5^7 \times 7^{11}$$

$$4. \frac{a}{b} = \frac{5^3 \times 7^3 \times 3^2 \times 2^4}{2^3 \times 3^1 \times 7^4 \times 5^2} = \frac{30}{7}$$

Exercice 4 :

1. A existe pour toutes les valeurs réelles donc $E_A = \mathbb{R}$

2. B existe si et seulement si $x(3x-1)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq \frac{1}{3}$ et $x \neq -2$

$$\text{donc } E_B = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; 0; \frac{1}{3}\right\}$$

3. C existe si et seulement si $3-5x > 0 \Leftrightarrow -5x > -3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{5}$ donc $E_C = \left]-\infty; \frac{3}{5}\right[$

4. Si $x = 0$ alors $A = 3 \times 0^2 - 5 \times 0 + 3 = 0$

5. $0 \notin E_B$ donc le calcul est impossible.

$$6. \text{ Si } x = 0 \text{ alors } C = \frac{2}{\sqrt{3-5 \times 0}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$