Exercice 1 :

1. Les deux angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{DIA}$ sont droits donc $\widehat{BCA} = \widehat{DIA}$.
L'angle $\widehat{BAC}$ est commun au deux triangles, $I \in [AB]$ et $D \in [AC]$ donc $\widehat{IAD} = \widehat{BAC}$.
Conclusion :
$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BCA} = \widehat{DIA} \\ \widehat{IAD} = \widehat{BAC} \end{array} \right.$ donc d'après l'un des critères de similitude, les triangles AID et ABC sont semblables.
2. $Aire_{AID} = \dfrac{ID \times IA}{2} = \dfrac{12 \times 9}{2} = 54$
3. Le coefficient d'agrandissement pour passer de AID à ABC est : $\dfrac{AC}{IA} = \dfrac{15+6}{12} = \dfrac{7}{4}$
4. $Aire_{ABC} = Aire_{AID} \times \left(\dfrac{7}{4}\right)^2 = 54 \times \dfrac{49}{16} = 165,375 \left(\text{ou } \dfrac{1323}{8}\right)$
5. Les triangles AID et ABC sont semblables donc les côtés de l'un sont proportionnels aux côtés de l'autre :
$\dfrac{ID}{BC} = \dfrac{DA}{BA} = \dfrac{IA}{CA}$ donc $\dfrac{9}{BC} = \dfrac{15}{BA} = \dfrac{12}{21}$

   Calculons BC :
   $BC = \dfrac{9 \times 21}{12} = 15.75 \left(\text{ou } \dfrac{63}{4}\right)$

   Calculons AB :
   $AB = \dfrac{15 \times 21}{12} = 26.25 \left(\text{ou } \dfrac{105}{4}\right)$

   Calculons IB :
   $IB = AB - IA = 26.25 - 12 = 14.25 \left(\text{ou } \dfrac{57}{4}\right)$

Exercice 2 :
Dans le triangle ABC rectangle en A, on peut utiliser la trigonométrie :

1. $\tan(60^\circ) = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{25}{AB}$ donc $AB = \dfrac{25}{\tan(60^\circ)} = \dfrac{25}{\sqrt{3}} = \dfrac{25\sqrt{3}}{3}$
2. $\sin(60^\circ) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{25}{BC}$ donc $BC = \dfrac{25}{\sin(60^\circ)} = \dfrac{25}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{50}{\sqrt{3}} = \dfrac{50\sqrt{3}}{3}$

Exercice 3 :
On note $a = 4536000$ et $b = 2^4 \times 3^5 \times 7^2 \times 5^5$

1. $a = 2^6 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^1$
2. $\sqrt{a} = \sqrt{2^6 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^1} = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \sqrt{5 \times 7} = 360\sqrt{35}$
3. $ab^2 = 2^6 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^1 \times 2^8 \times 3^{10} \times 7^4 \times 5^{10} = 2^{14} \times 3^{14} \times 5^{13} \times 7^5$
4. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{2^6 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^1}{2^4 \times 3^5 \times 7^2 \times 5^5} = \dfrac{4}{525}$

Exercice 4 :
On note $A = 2 + \left(2 - \dfrac{x}{3}\right)^2 \qquad B = \dfrac{2-(3x-5)}{2x(2-4x)(x-5)} \qquad$ et $C = \dfrac{1}{\sqrt{16-4x}}$

1. A existe pour toutes les valeurs de x réelles donc $E_A = \mathbb{R}$.
2. B existe si et seulement si $2x(2-4x)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq 0$ et $2 - 4x \neq 0$ et $x - 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ et $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = 5$.
Donc $E_B = \mathbb{R} \setminus \left\{0; \dfrac{1}{2}; 5\right\}$.
3. C existe si et seulement si $16 - 4x > 0 \Leftrightarrow -4x > -16 \Leftrightarrow x < 4$ donc $E_C =]-\infty; 4[$.
4. Si et $x = 0$ alors $A = 2 + \left(2 - \dfrac{0}{3}\right)^2 = 2 + 2^2 = 2 + 4 = 6$
5. $0 \notin E_B$ donc le calcul est impossible.
6. Si $x = 0$ alors $C = \dfrac{1}{\sqrt{16 - 4 \times 0}} = \dfrac{1}{\sqrt{16}} = \dfrac{1}{4}$