Exercice 1 :
Développe les expressions ci-dessous qui sont définies sur $\mathbb{R}$.

1. $B = 2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{3}{4} = 2\left(x^2 - x + \dfrac{1}{4}\right) - \dfrac{3}{4} = 2x^2 - 2x + \dfrac{2}{4} - \dfrac{3}{4} = 2x^2 - 2x - \dfrac{1}{4}$
2. $C = (4x-5)(4x+5) + 3(x-1)(x+1) = 16x^2 - 25 + 3x^2 - 3 = 19x^2 - 28$

Exercice 2 :
Factorise les expressions ci-dessous qui sont définies sur $\mathbb{R}$.

1. $D = (3x+1)(5-2x) + (5-2x)(3x+5) = (5-2x)(3x+1+3x+5) = (5-2x)(6x+6) = 6(5-2x)(x+1)$
2. $F = 9x^2 - 4 + (5x+1)(3x-2) = (3x-2)(3x+2) + (5x+1)(3x-2) = (3x-2)(3x+2+5x+1) = (3x-2)(8x+3)$
3. $G = (4x-8)(5x-1) - (5x+2)(5x-10)$
   $= 4(x-2)(5x-1) - 5(5x+2)(x-2)$
   $= (x-2)[4(5x-1) - 5(5x+2)] = (x-2)(20x-4-25x-10) = (x-2)(-5x-14)$
4. $H = 4(x-1)^2 - 49 = [2(x-1)-7][2(x-1)+7] = (2x-9)(2x+5)$

Exercice 3 :

1. Montrons que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $(x-5)(x+3) = x^2 - 2x - 15$
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors $(x-5)(x+3) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$
   donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $(x-5)(x+3) = x^2 - 2x - 15$
2. I existe si et seulement si
   $x^2 - 2x - 15 \neq 0 \Leftrightarrow (x-5)(x+3) \neq 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -3$
   Donc $E_I = \mathbb{R} \setminus \{-3; 5\}$
3. J existe si et seulement si $4 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$ donc $E_J =]-\infty; 4]$
4. $I = \dfrac{2(x+3)}{(x+3)(x-5)} = \dfrac{2}{x-5}$
5. Si $x = \sqrt{2}$ alors $I = \dfrac{2}{\sqrt{2}-5} = \dfrac{2(\sqrt{2}+5)}{2-25} = -\dfrac{2\sqrt{2}+10}{23}$
6. Si $x = -21$ alors $J = -3\sqrt{4-(-21)} = -3\sqrt{4+21} = -3 \times 5 = -15$

Exercice 4 :

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a
   $2\left(x+\dfrac{5}{2}\right)(x-1) = (2x+5)(x-1) = 2x^2 - 2x + 5x - 5 = 2x^2 + 3x - 5$
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a
   $2\left[\left(x+\dfrac{3}{4}\right)^2 - \dfrac{49}{16}\right] = 2\left(x^2 + \dfrac{3}{2}x + \dfrac{9}{16} - \dfrac{49}{16}\right) = 2x^2 + 3x - 5$
   donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a
   $$2\left(x+\frac{5}{2}\right)(x-1) = 2\left[\left(x+\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{49}{16}\right]$$
2. Pour tout $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, on a
   $\left(a^3 - b^3\right)^2 + 2(ab)^3 = a^6 - 2a^3b^3 + b^6 + 2a^3b^3 = a^6 + b^6$
   donc pour tout $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, on a
   $$\left(a^3 - b^3\right)^2 + 2(ab)^3 = a^6 + b^6$$