Exercice 1 :

1. $f(0,5) \approx 3$ et $f(-0,5) \approx -1$.
2. L'image de -1 par f est environ 0
   L'image de $0,25$ par f est environ $2,1$.
3. Les antécédents de $-0,5$ par f sont : $-0,8$, $-0,4$ et $1,2$.
   Les antécédents de 1.5 par f sont : $-1,125$, $0,1$ et $1,1$.
4. $f(x) = -1 \Leftrightarrow S = \{-0,8; -,0,5\}$.
5. $f(x) > 1 \Leftrightarrow S = [-1,25; -1,1[\cup]0; 1,1[$.
6.

x	$-1,25$		-1		$-0,2$		$1,2$		$1,25$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

7.

x	$-1,25$		$-0,625$		$0,625$		$1,25$
$f(x)$	$2,5$	$\searrow$	$-1,25$	$\nearrow$	$3,25$	$\searrow$	$-0,5$

Exercice 2 : ($\approx$ 20 min)

On note $f : x \mapsto -3x^2 + 3x + 3,25$

1. $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = -3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\dfrac{1}{2}\right) + 3,25$
   $= -\dfrac{3}{4} + \dfrac{6}{4} + \dfrac{13}{4} = \dfrac{16}{4} = \boxed{4}$.
2. Pour tout $m \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{R}$, on a :
   $f(m) - f(n) = [-3m^2 + 3m + 3,25] - [-3n^2 + 3n + 3,25] = -3m^2 + 3m + 3,25 + 3n^2 - 3n - 3,25$
   $= -3m^2 + 3n^2 + 3m - 3n = -3(m^2 - n^2) + 3(m - n) = -3(m-n)(m+n) + 3(m-n)$
   $= -3(m-n)(m+n-1)$
3. On note m et n deux nombres de $\left]-\infty; \dfrac{1}{2}\right]$ tels que $m < n$.
   Signe de $-3(m-n)$:
   On sait que $m < n$ donc $m - n < 0$ et donc $-3(m-n) > 0$ (positif)
   Signe de $m + n - 1$:
   On sait que $m < \dfrac{1}{2}$ et $n \leq \dfrac{1}{2}$ donc $m + n < 1$ donc $m + n - 1 < 0$ (négatif)
   Conclusion :
   On a donc $f(m) - f(n) < 0$ donc $f(m) < f(n)$.
   Donc f est **strictement croissante** sur $\left]-\infty; \dfrac{1}{2}\right]$.
4. On note m et n deux nombres de $\left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$ tels que $m < n$.
   Signe de $-3(m-n)$:
   On sait que $m < n$ donc $m - n < 0$ et donc $-3(m-n) > 0$ (positif)
   Signe de $m + n - 1$:
   On sait que $m \geq \dfrac{1}{2}$ et $n > \dfrac{1}{2}$ donc $m + n > 1$ donc $m + n - 1 > 0$ (positif)
   Conclusion :
   On a donc $f(m) - f(n) > 0$ donc $f(m) > f(n)$.
   Donc f est **strictement décroissante** sur $\left[\dfrac{3}{2}; +\infty\right[$.
5.

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$	

   donc 4 est le maximum de f pour $x = \dfrac{1}{2}$.
6. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
   $-3\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + 4 = -3\left(x^2 - x + \dfrac{1}{4}\right) + 4$
   $= -3x^2 + 3x - \dfrac{3}{4} + \dfrac{16}{4} = -3x^2 + 3x + 3,25 = f(x)$.

7. $f(x) = 4 \Leftrightarrow -3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.
   donc $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Exercice 3 : ($\approx$ 20 min)

On note $g : t \mapsto \dfrac{5}{3-t}$

1. $g(t)$ existe si et seulement si $3 - t \neq 0 \Leftrightarrow t \neq 3$. Donc $D_g = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
2. Pour tout $x_1 \in D_g$ et $x_2 \in D_g$, on a :
   $g(x_1) - g(x_2) = \dfrac{5}{3-x_1} - \dfrac{5}{3-x_2} = \dfrac{5(3-x_2) - 5(3-x_1)}{(3-x_1)(3-x_2)}$
   $= \dfrac{15 - 5x_2 - 15 + 5x_1}{(3-x_1)(3-x_2)} = \dfrac{-5x_2 + 5x_1}{(3-x_1)(3-x_2)}$
   $= \dfrac{5(x_1 - x_2)}{(3-x_1)(3-x_2)}$.
3. On note x_1 et x_2 deux nombres de $]-\infty; 3[$ tels que $x_1 < x_2$.
   Signe de $x_1 - x_2$:
   On sait que $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$ (négatif)
   Signe de $3 - x_1$:
   On sait que $x_1 < 3$ donc $3 - x_1 > 0$ (positif)
   Signe de $3 - x_2$:
   On sait que $x_2 < 3$ donc $3 - x_2 > 0$ (positif)
   Conclusion :
   On a donc $g(x_1) - g(x_2) < 0$ donc $g(x_1) < g(x_2)$
   donc g est strictement croissante sur $]-\infty; 1[$.
4. Compléter le tableau des valeurs suivant : (Arrondir au dixième)

t	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$g(t)$	0.5	0.55	0.6	0.7	0.8	1	1.3	1.7	2.5	5

5. Tracer (dans le repère au verso) la représentation graphique de g sur l'intervalle $[-7; 3[$