Exercice 1 :

1. $f(0,5) \approx -2,4$ et $f(-0,5) \approx 0,7$.
2. L'image de -1 par f est environ $0,2$
   L'image de $0,25$ par f est environ $-1,75$.
3. Les antécédents de $-0,5$ par f sont : $-1,125$, $-0,1$ et $1,2$.
   Les antécédents de 0 par f sont : $-1,05$, $-0,2$ et $1,25$.
4. $f(x) = -1 \Leftrightarrow S = \{-1,2; 0,1; 1,125\}$.
5. $f(x) > 1 \Leftrightarrow S = \emptyset$.
6.

x	$-1,25$		$-1,05$		$-0,2$		$1,25$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0

7.

x	$-1,25$		$-0,625$		$0,625$		$1,25$
$f(x)$	$-1,5$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-2,5$	$\nearrow$	0

Exercice 2 : ($\approx$ 20 min)

On note $f : x \mapsto 5x^2 - 15x + 8,25$

1. $f\left(\frac{3}{2}\right) = 5\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 15\left(\frac{3}{2}\right) + 8,25 = \frac{45}{4} - \frac{90}{4} + \frac{33}{4} = -\frac{12}{4} = \boxed{-3}$.
2. Pour tout $m \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{R}$, on a
   $f(m) - f(n) = 5m^2 - 15m + 8,25 - 5n^2 + 15n - 8,25 = 5m^2 - 5n^2 - 15m + 15n$
   $= 5(m^2 - n^2) - 15(m - n) = 5(m-n)(m+n) - 15(m-n) = \boxed{5(m-n)(m+n-3)}$.
3. On note m et n deux nombres de $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$ tels que $m < n$.
   Signe de $m - n$:
   On sait que $m < n$ donc $m - n < 0$ (négatif)
   Signe de $m + n - 3$:
   On sait que $m < \frac{3}{2}$ et $n \leq \frac{3}{2}$ donc $m + n < 3$ donc $m + n - 3 < 0$ (négatif)
   Conclusion :
   On a donc $f(m) - f(n) > 0$ donc $f(m) > f(n)$.
   Donc f est **strictement décroissante** sur $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$.
4. On note m et n deux nombres de $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$ tels que $m < n$.
   Signe de $m - n$:
   On sait que $m < n$ donc $m - n < 0$ (négatif)
   Signe de $m + n - 3$:
   On sait que $m \geq \frac{3}{2}$ et $n > \frac{3}{2}$ donc $m + n > 3$ donc $m + n - 3 > 0$ (positif)
   Conclusion :
   On a donc $f(m) - f(n) < 0$ donc $f(m) < f(n)$.
   Donc f est **strictement croissante** sur $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.
5.

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

   donc -3 est le minimum de f pour $x = \frac{3}{2}$.
6. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :
   $5\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 3 = 5\left(x^2 - 3x + \frac{3}{4}\right) - 3$
   $= 5x^2 - 15x + \frac{45}{4} - \frac{12}{4} = 5x^2 - 15x + 8,25 = f(x)$.
7. $f(x) = -3 \Leftrightarrow 5\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.
   donc $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Exercice 3 : ($\approx$ 20 min)

On note $g : t \mapsto \dfrac{4}{1-t}$

1. $g(t)$ existe si et seulement si $1 - t \neq 0 \Leftrightarrow t \neq 1$. Donc $D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
2. Pour tout $x_1 \in D_g$ et $x_2 \in D_g$, on a :
   $g(x_1) - g(x_2) = \dfrac{4}{1-x_1} - \dfrac{4}{1-x_2} = \dfrac{4(1-x_2) - 4(1-x_1)}{(1-x_1)(1-x_2)}$
   $= \dfrac{4 - 4x_2 - 4 + 4x_1}{(1-x_1)(1-x_2)} = \dfrac{-4x_2 + 4x_1}{(1-x_1)(1-x_2)}$
   $= \dfrac{4(x_1 - x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)}$.
3. On note x_1 et x_2 deux nombres de $]-\infty; 1[$ tels que $x_1 < x_2$.
   Signe de $x_1 - x_2$:
   On sait que $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$ (négatif)
   Signe de $1 - x_1$:
   On sait que $x_1 < 1$ donc $1 - x_1 > 0$ (positif)
   Signe de $1 - x_2$:
   On sait que $x_2 < 1$ donc $1 - x_2 > 0$ (positif)
   Conclusion :
   On a donc $g(x_1) - g(x_2) < 0$ donc $g(x_1) < g(x_2)$
   donc g est strictement croissante sur $]-\infty; 1[$.
4. Compléter le tableau des valeurs suivant : (Arrondir au dixième)

t	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$g(t)$	0.5	0.6	0.7	0.8	1	1.3	2	4	$\vert$

5. Tracer (dans le repère au verso) la représentation graphique de g sur l'intervalle $[-7; 1[$