La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :

Donner la valeur exacte de chacun des calculs puis dire à quel ensemble (le plus petit possible) ils appartiennent.

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}-2} + 5 + 2\sqrt{3} \qquad B = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{48}-\sqrt{300}} \qquad C = \frac{7 \times 10^{425} \times 15 \times 10^{-550}}{35 \times 10^{-15}}$$

Exercice 2 :

1. Déterminer l'écriture fractionnaire de $z = 1 + 2,00343434\underline{34}$
2. Déterminer la valeur de $A = \sqrt{4 \times 4444444^2 - 7 \times 2222222^2}$ sans calculatrice.
3. On dit qu'**un entier naturel** n **est parfait** si la somme de ses diviseurs est égal à $2n$.
   (a) Démontrer que 6 est un nombre parfait.
   (b) Calculer la somme des inverses des diviseurs de 6.
   (c) Démontrer que 28 est un nombre parfait ?
   (d) Calculer la somme des inverse des diviseurs de 28.

Exercice 3 :

On note $a = 81675$ et $b = 3465$

1. Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.
2. Simplifier la fraction $\dfrac{81675}{3465}$
3. Simplifier $\sqrt{3465}$
4. Trouver le pgcd$(81675; 3465)$
5. Trouver le ppcm$(81675; 3465)$

Exercice 4 :

On note $\omega = \dfrac{\sqrt{29}-1}{2}$

1. Démontrer que $\omega^2 = 7 - \omega$
2. En déduire que $\omega^3 = 8\omega - 7$
3. Exprimer ω^4 en fonction de ω

Exercice 5 :

1. Démontrer que pour tout $a \in \mathbb{R}$, $(2a+3b)^2 - (2a-3b)^2 = 24ab$
2. En déduire le résultat de $(14\sqrt{3} + 6\sqrt{5})^2 - (14\sqrt{3} - 6\sqrt{5})^2$
3. Mettre 504 sous la forme d'une différence de deux carrés d'entiers.

Exercice facultatif

Si p un nombre premier supérieur ou égal à 3, explique pourquoi $\dfrac{3p-1}{2} \in \mathbb{N}$.