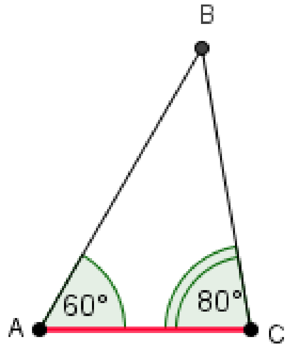
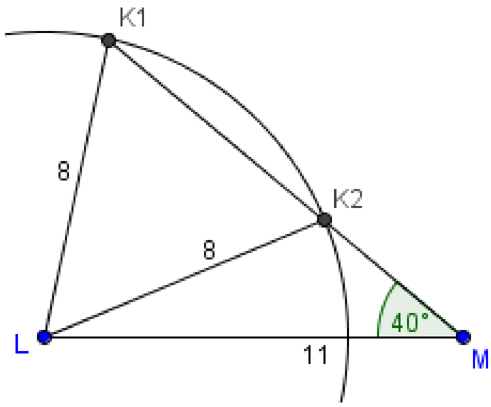
Exercice 1 :

1. D'après l'énoncé on a donc : $AC = 10$ cm, $\widehat{BAC} = 60^\circ$ et $\widehat{ACB} = 180 - 40 = 60^\circ$. Donc on est dans la situation du deuxième critère d'isométrie avec une longueur identique et deux angles adjacents de même mesure. Les triangles seront donc obligatoirement isométriques.



2. On peut tracer deux triangles non superposables $LMK1$ et $LMK2$ comme dans la ficgure ci-dessous :



Exercice 2 :

1. $\widehat{ABG} = \widehat{ABC} + \widehat{CBG} = \widehat{ABC} + 90$ car $BCFG$ est un carré.
   $\widehat{DBC} = \widehat{DBA} + \widehat{ABC} = 90 + \widehat{ABC}$ car $DBAE$ est un carré.
   donc $\boxed{\widehat{ABG} = \widehat{DBC}}$
2. On sait que $DB = BA$ car $ABDE$ est un carré.
   On sait que $BG = BC$ car $BGFC$ est un carré.
   D'après la question précédente, on a $\widehat{ABG} = \widehat{DBC}$
   Donc d'après le deuxième critère d'isométrie, les triangle DBC et ABG sont isométriques.
3. Comme DBC et ABG sont isométriques alors $\boxed{DC = AG}$

Exercice 3 :

1. $abc = 2.10^{45} \times 3.10^{-27} \times 4.10^{360} = 24.10^{378} = \boxed{2,4.10^{379} \approx 10^{379}}$
2. $\dfrac{ad}{bc} = \dfrac{2.10^{45} \times (-6.10^{38})}{3.10^{-27} \times 4.10^{360}} = -\dfrac{12.10^{83}}{12.10^{333}} = \boxed{-10^{-250}}$.
3. $ab^2 = 2.10^{45} \times (3.10^{-27})^2 = 2.10^{45} \times 9.10^{-54} = 18.10^{-9} = \boxed{1,8.10^{-8} \approx 2.10^{-8}}$

Exercice 4 :

1. On pose $x = 120210111$ alors on obtient
   $A = (x-1)^2 - (x+1)^2 = x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = -4x$
   donc $A = -4 \times 120210111 = -480840444$ donc $\boxed{A = -480840444}$
2. On note p un nombre premier supérieur où égal à 3 donc p est un nombre impair.

(a) $(3p+1)(3p-1) = (3p)^2 - (1)^2 = \boxed{9p^2 - 1}$

(b) D'après la question précédente, $\dfrac{9p^2-1}{2} = \dfrac{(3p-1)(3p+1)}{2}$
Or p est impair donc $3p$ est impair et donc $3p-1$ et $3p+1$ sont pairs.
On a donc $(3p-1)(3p+1)$ est pair donc $\dfrac{(3p-1)(3p+1)}{2} = \dfrac{9p^2-1}{2} \in \mathbb{N}$

3. (a) On sait que $\alpha^2 = 2\alpha + 1$ donc $\alpha^3 = 2\alpha^2 + \alpha = 2(2\alpha+1) + \alpha = 4\alpha + 2 + \alpha = \boxed{5\alpha + 2}$

   (b) On sait que $\alpha^2 = 2\alpha + 1$ et si $\alpha \neq 0$ alors on peut diviser par α. On obtient :
   $\dfrac{\alpha^2}{\alpha} = \dfrac{2\alpha}{\alpha} + \dfrac{1}{\alpha}$ donc $\alpha = 2 + \alpha^{-1}$ donc $\boxed{\alpha^{-1} = \alpha - 2}$

4. On a $x = 0.123412341234\underline{1234}$ donc $10000x = 1234,123412341234\underline{1234}$
   Donc $10000x - x = 1234,\underline{12341234\underline{1234}} - 0.123412341234\underline{1234}$
   donc $9999x = 1234$ donc $\boxed{x = \dfrac{1234}{9999}}$

Exercice facultatif :

On note n un nombre entier naturel.
$9n^2 + 12n + 4 = (3n)^2 + 2(3n)(2) + (2)^2 = (3n+2)^2$ et $3n+2 > 1$
donc c'est le carré d'un nombre entier et il est divisible par un autre nombre que 1 et lui même.
Ce n'est donc pas un nombre premier.