

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

La calculatrice est autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :

Donner la valeur exacte de chacun des calculs puis dire à quel ensemble (le plus petit possible) ils appartiennent.

$$A = \frac{15}{10} - \frac{2 - 3 \times (5 + 1 \times (-2))}{14} \quad B = \frac{2\sqrt{80} - \sqrt{500}}{3\sqrt{5}} \quad C = \frac{5 \times 10^{-785} \times 4 \times 10^{123}}{20 \times 10^{-245}}$$

Exercice 2 :

1. Déterminer l'écriture fractionnaire de $z = 1 - 0,0236236236$
2. Déterminer la valeur de $A = \sqrt{66666666^2 + 7 \times 22222222^2}$ sans calculatrice.
3. Démontrer que pour tout $a \in \mathbb{R}$, $(5a - 4)^2 - (5a + 4)^2 = -80a$
4. En déduire deux nombres entiers a et b tels que $-880 = a^2 - b^2$

Exercice 3 :

On note $a = 261800$ et $b = 12740$

1. Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.
2. Simplifier la fraction $\frac{261800}{12740}$
3. Simplifier $\sqrt{12740}$
4. Trouver le pgcd(261800; 12740)
5. Trouver le ppcm(261800; 12740)

Exercice 4 :

On note $\varphi = \frac{1 - \sqrt{29}}{2}$

1. Démontrer que $\varphi^2 = \varphi + 7$
2. En déduire que $\varphi^3 = 8\varphi + 7$
3. Exprimer φ^4 en fonction de φ

Exercice 5 :

On note $a = 3\sqrt{5}$ et $b = -2$

Calculer :

1. $A = \frac{1}{a+b}$
2. $B = ab^2 + a^2b$
3. $C = 3(2a-1)^2 - b^2$

Exercice facultatif

Si p un nombre premier supérieur ou égal à 3, explique pourquoi $\frac{p^2 - 1}{2} \in \mathbb{N}$.