Exercice 1 :
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC}=2.\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}$ or $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}$
car I est le milieu de $[BC]$ donc $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2.\overrightarrow{AI}$

Exercice 2 :
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$
or $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{0}$
car O milieu de $[AC]$ et $[BD]$.
donc $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{0}$

Exercice 3 :
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GC'}+\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{GC'}+\overrightarrow{C'B}+\overrightarrow{GC}=2.\overrightarrow{GC'}+\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'B}+\overrightarrow{GC}$
Or $\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'B}=\overrightarrow{0}$ car C' milieu de $[AB]$
et $\overrightarrow{CG}=2.\overrightarrow{GC'}$ donc $2\overrightarrow{GC'}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$
donc $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

Exercice 4 :

1. (a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'C}=2.\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'C}$
   Or $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{0}$ car A' milieu de $[BC]$ donc $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2.\overrightarrow{AA'}$

   (b) Deuxième relation :
   $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'C}=2.\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A}+\overrightarrow{B'C}$
   Or $\overrightarrow{B'A}+\overrightarrow{B'C}=\overrightarrow{0}$ car B' milieu de $[AC]$ donc $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2.\overrightarrow{BB'}$
   Troisième relation :
   $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'B}=2.\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'B}$
   Or $\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'B}=\overrightarrow{0}$ car C' milieu de $[AB]$ donc $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2.\overrightarrow{CC'}$

2. Démontrons que $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{0}$:
   $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$
   $=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})+\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})+\frac{1}{2}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$
   $=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB})=\frac{1}{2}.\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}$

Exercice 5 :

1. $2\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IB}=0\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -2\overrightarrow{IA}=4\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AB}$
   On peut donc placer le point I sachant que $\overrightarrow{AI}=2.\overrightarrow{AB}$
2. Pour tout point M du plan, on a :
   $2.\overrightarrow{MA}-4.\overrightarrow{MB}=2.\overrightarrow{MI}+2.\overrightarrow{IA}-4.\overrightarrow{MI}-4.\overrightarrow{IB}$
   $=-2.\overrightarrow{MI}+2.\overrightarrow{IA}-4.\overrightarrow{IB}=-2.\overrightarrow{MI}$
   car d'après la première question $2.\overrightarrow{IA}-4.\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0}$

Exercice 6 :
Pour tout point N du plan, on a :
$7.\overrightarrow{NA}-10.\overrightarrow{NB}+3.\overrightarrow{NC}=7.\overrightarrow{NJ}+7.\overrightarrow{JA}-10.\overrightarrow{NJ}-10.\overrightarrow{JB}+3.\overrightarrow{NJ}+3.\overrightarrow{JC}=$
$7.\overrightarrow{JA}-10.\overrightarrow{JB}+3.\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{0}$
car d'après l'énoncé $7.\overrightarrow{JA}-10.\overrightarrow{JB}+3.\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{0}$

Exercice 7 :

1. Pour placer I et J on transforme un peu les deux égalités vectorielles :
   ▷ $3.\overrightarrow{IA}-2.\overrightarrow{IB}=0\Leftrightarrow 3.\overrightarrow{IA}-2.\overrightarrow{IA}-2.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}=2.\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}=2.\overrightarrow{BA}$
   ▷ $4.\overrightarrow{JC}-5.\overrightarrow{JD}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow 4.\overrightarrow{JC}-5.\overrightarrow{JC}-5.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{CJ}=5.\overrightarrow{CD}$
2. Pour tout point G du plan, on a :
   $3.\overrightarrow{GA}-2.\sqrt[n]{GB}+4.\overrightarrow{GC}-5.\overrightarrow{GD}=$
   $3.\overrightarrow{GI}+3.\overrightarrow{IA}-2.\overrightarrow{GI}-2.\overrightarrow{IB}+4.\overrightarrow{GJ}+4.\overrightarrow{JC}-5.\overrightarrow{GJ}-5.\overrightarrow{JD}$
   $=\overrightarrow{GI}-\overrightarrow{GJ}+3.\overrightarrow{IA}-2.\overrightarrow{IB}+4.\overrightarrow{JC}-5.\overrightarrow{JD}=\overrightarrow{JG}+\overrightarrow{GI}=\overrightarrow{IJ}$
   car d'après la question précédente : $3.\overrightarrow{IA}-2.\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0}$ et $4.\overrightarrow{JC}-5.\overrightarrow{JD}=\overrightarrow{0}$

Exercice 8 :

Partie 1 :

1. Construire j tel que $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{CA}$ est simple.
2. $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}$ or $\overrightarrow{IA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ car I milieu de $[AB]$ et $\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AC}$
   donc $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

Partie 2 :

1. $2.\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=2.\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow 3.KB=-BC\Leftrightarrow\overrightarrow{BK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
2. $IK=IB+BK$
   $=\overrightarrow{IB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
   $=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
   De plus $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=-3\left(\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)=-3.\overrightarrow{IK}$
   $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont donc colinéaires donc I, J et K sont alignés.

Exercice 9 :

1. On sait que $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OA}$
   De plus $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ donc
   $\overrightarrow{OG}=\frac{3}{5}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+\frac{5}{5}\overrightarrow{OA}=\frac{3}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OA}$
2. $\overrightarrow{OG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{OB}=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\overrightarrow{OI}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\overrightarrow{OK}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OI}+\frac{1}{5}\overrightarrow{OK}=\frac{1}{5}(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OK})$
   On note J le point tel que $\overrightarrow{OJ}=\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OK}$ alors $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OJ}$
3. $\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OJ}$ sont donc colinéaires et dons O, G et J sont alignés.