1. **Problème 1**
   On nomme $n \neq 0$ la longueur du côté au milieu.
   Alors les trois côtés sont de longueur $n-1$, n et $n+1$.
   D'après la théorème de pyhtagore : $(n+1)^2 = n^2 + (n-1)^2$
   Résolution de l'équation trouvée :
   C'est une équation du second degré d'ensemble d'étude $\mathbb{R}$
   $(n+1)^2 = n^2 + (n-1)^2$
   $\Leftrightarrow (n+1)^2 - (n-1)^2 - n^2 = 0$
   $\Leftrightarrow (n+1+n-1)(n+1-n+1) - n^2 = 0$
   $\Leftrightarrow 4n - n^2 = 0$
   $\Leftrightarrow n(4-n) = 0$
   $\Leftrightarrow n = 0$ ou $n = 4$
   donc la seule possibilité est $n = 4$ et donc les longeurs des côtés du triangles sont 3, 4 et 5.

2. **Problème 2**
   On sait que $R_1 = 4$ et $R_{eq} = 3$.
   Grâce à **M Dournon**, nous pouvons écrire que :
   $$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{R_2}$$
   Résolution de l'équation trouvée :
   C'est une équation rationnelle d'ensemble d'étude $\mathbb{R}^*$ ou $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
   $\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{R_2}$
   $\Leftrightarrow \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$
   donc $R_2 = 12\Omega$.

3. **Problème 3**
   (a) A est un rectangle de longueur et largeur : $x-2$ et $x-4$
   donc $A(x) = (x-2)(x-4)$
   A est un carré de longueur x dont on enlève :
   – Quatre rectangles de dimensions 1 et 2
   – Deux rectangles de dimensions 2 et $x-2$.
   – Deux rectangles de dimensions 1 et $x-4$.
   donc $A(x) = x^2 - [4 \times 2 + 2 \times 2(x-2) + 2 \times 1(x-4)] = x^2 - 8 - 4x + 8 - 2x + 8 = x^2 - 6x + 8$
   Conclusion : $A(x) = (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8$
   (b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $(x-3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 9 - 1 = x^2 - 6x + 8 = A(x)$
   (c) i. Il faut résoudre $A(x) = 8$
   $A(x) = 8 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 = 0$
   $\Leftrightarrow (x-3-3)(x-3+3) = 0 \Leftrightarrow x(x-6) = 0$
   $\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 6$
   Le côté du carré est donc de 6 cm.
   ii. Il faut résoudre $A(x) = 12$
   $A(x) = 12 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 1 = 12 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 13 = 0$
   $\Leftrightarrow (x-3-\sqrt{13})(x-3+\sqrt{13}) = 0$
   $\Leftrightarrow x = 3+\sqrt{13}$ ou $x = 3-\sqrt{13}$
   Or $3-\sqrt{13} < 0$ donc ce n'est pas une solution possible. Le côté du carré est donc de $3+\sqrt{13}$ cm.

4. **Problème 4**
   ABCest un triangle tel que : $\widehat{ABC} = (x+20)^\circ$ et $\widehat{ACB} = (2x-30)^\circ$
   Déterminer les valeurs de x pour que le triangle ABC soit :

a. Pour obtenir un triangle rectangle, il y a plusieurs possibilités :

(a) $\widehat{CAB} = 90^\circ$ et $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$

Il faut donc résoudre :$x + 20 + 2x - 30 = 90 \Leftrightarrow 3x = 100 \Leftrightarrow \boxed{x = \dfrac{100}{3}}$

$\widehat{ABC} = \dfrac{100}{3} + 20 = \dfrac{160}{3}$

$\widehat{ACB} = \dfrac{200}{3} - 30 = \dfrac{110}{3}$

(b) $\widehat{ACB} = 90^\circ$ et $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} = 90^\circ$

Il faut donc résoudre :$-3x + 190 + x + 20 = 90 \Leftrightarrow -2x = -120 \Leftrightarrow \boxed{x = 60}$

$\widehat{ABC} = 60 + 20 = 80$

$\widehat{CAB} = -3 \times 60 + 190 = 10$

(c) $\widehat{ABC} = 90^\circ$ et $\widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 90^\circ$ Il faut donc résoudre :

$2x - 30 - 3x + 190 = 90 \Leftrightarrow -x + 160 = 90 \Leftrightarrow \boxed{x = 70}$

$\widehat{CAB} = -3 \times 70 + 190 = -210 + 190 < 0$ (impossible)

b. Pour obtenir un triangle isocèle, il y a plusieurs possibilités :

(a) $\widehat{CAB} = \widehat{CBA}$

$\Leftrightarrow -3x + 190 = x + 20 \Leftrightarrow 4x = 170 \Leftrightarrow x = 42.5^\circ$

$\widehat{ABC} = x + 20 = 62.5^\circ$

$\widehat{ACB} = 2x - 30 = 55^\circ$

$\widehat{CAB} = -3x + 190 = 62.5^\circ$

(b) $\widehat{ACB} = \widehat{BAC}$

$\Leftrightarrow 2x - 30 = -3x + 190 \Leftrightarrow 5x = 210 \Leftrightarrow x = 44^\circ$

$\widehat{ABC} = x + 20 = 64^\circ$

$\widehat{ACB} = 2x - 30 = 58^\circ$

$\widehat{CAB} = -3x + 190 = 58^\circ$

(c) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

$\Leftrightarrow x + 20 = 2x - 30 \Leftrightarrow x = 50 \Leftrightarrow x = 50^\circ$

$\widehat{ABC} = x + 20 = 70^\circ$

$\widehat{ACB} = 2x - 30 = 70^\circ$

$\widehat{CAB} = -3x + 190 = 40^\circ$