Devoir commun de seconde

Mathématiques

La qualité de la **rédaction**, le **soin** de la copie, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre B et de rayon 3 cm.
$[KA]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$.
On note O le point de $[KA]$ tel que $KO = 1$ cm.
La perpendiculaire à (KA) passant par O coupe $\mathcal{C}$ aux points M et N
On admettra que $OM = ON$.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que $\widehat{KMN} = \widehat{KAN}$
3. En déduire que $\widehat{KMO} = \widehat{MAK}$
4. Démontrer que les triangles AOM et KOM sont semblables.
5. En déduire les trois rapports (quotients) égaux dans les triangles AOM et KOM.
6. En déduire la mesure de OM
7. En vous inspirant des questions précédentes, faites un schéma permettant de construire le nombre $\sqrt{7}$.

Exercice 2 :

Pour cet exercice, le barème sera :
- Un réponse juste rapporte $0,5$ point.
- Une réponse fausse enlève $0,25$ point.
- Une absence de réponse rapporte 0 point.

Répondre aux quesions suivantes, en entourant la réponse correcte. Il y a chaque fois exactement une réponse correcte.

Proposition	Réponse a	Réponse b	Réponse c
Le nombre $1,4.10^{-18}$ s'écrit aussi	140.10^{-20}	140.10^{-16}	$0,0014.10^{-16}$
Le réel $\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{3}}$ appartient à	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$
Le nombre $\dfrac{2^3 \times 15^2}{12^4}$ s'écrit aussi	$2^{-3} \times 3^{-2} \times 5^2$	$2^{-5} \times 3^{-2} \times 5^{-2}$	$2^{-5} \times 3^{-2} \times 5^2$
Le nombre 308 s'écrit	$7^1 \times 2^2 \times 11$	$7^2 \times 2^1 \times 5$	$2^1 \times 7 \times 11^2$
Le réel $\dfrac{2 \times 2 - 2\sqrt{2}}{2}$ se simplifie en	$2 - 2\sqrt{2}$	$2 - \sqrt{2}$	$4 - \sqrt{2}$
Le réel $\sqrt{80}$ se simplifie en	$5\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	$4\sqrt{5}$
$PGCD\left(2^7 \times 3^{10} \times 5^3 ; 2^7 \times 3 \times 7^{15}\right) =$	$2^7 \times 3^{10} \times 5^3 \times 7^{15}$	$2^7 \times 3^{10} \times 5 \times 7$	3×2^7

Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

(E_1) **:** $\dfrac{2x+3}{2} - \dfrac{x-5}{4} = 1$

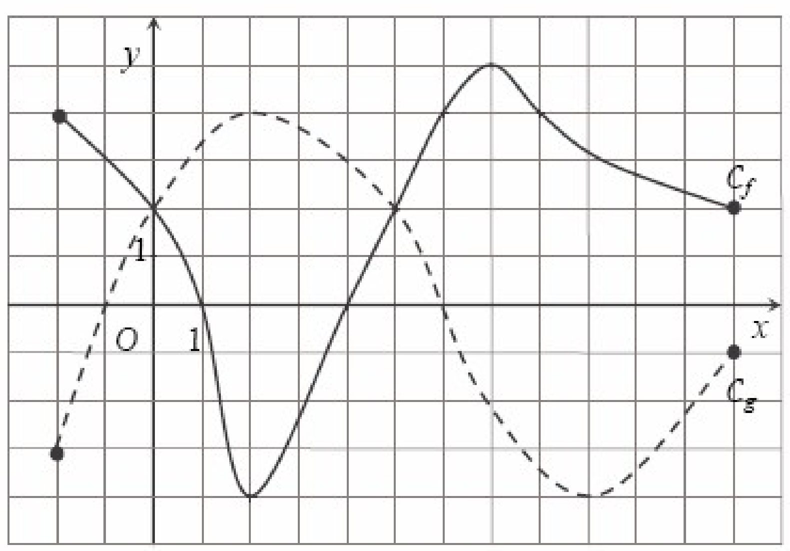
(I_2) **:** $\dfrac{\frac{1}{2} - 2x}{x-2} \leq 0$

(E_3) **:** $(3x-1)^2 = 3x - 1$

(I_4) **:** $3x(x-1) < x^2 - 1$

Exercice 4 :

Soient f et g les fonctions dont on donne ci-dessous les représentations graphiques respectives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.



1. Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
2. Déterminer l'image de 0 par la fonction f.
3. Déterminer $f(7)$.
4. Déterminer les antécédents de 2 par la fonction g.
5. Déterminer le minimum de g sur l'intervalle $[-2; 12]$. Pour quelle valeur est-il atteint ?
6. A quel intervalle appartient $f(x)$ si $x \in [0; 8]$?
7. Décrire les variations de la fonction g à l'aide de phrases correctement rédigées.
8. Dresser le tableau des variations de la fonction f.
9. Dresser le tableau des signes de f.
10. Résoudre graphiquement :

    (a) $f(x) = 0$

    (b) $f(x) = g(x)$

    (c) $f(x) \leq 4$

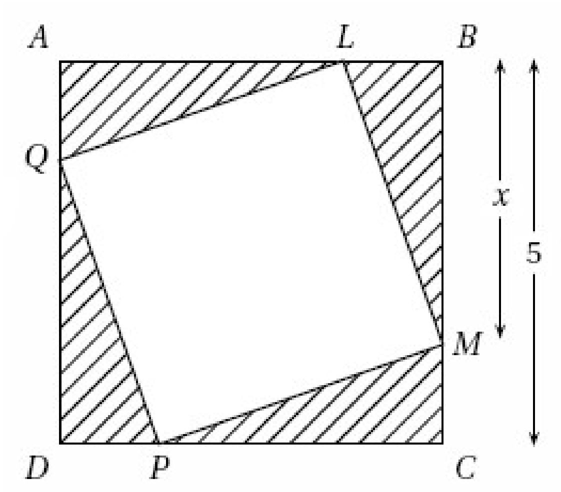
    (d) $f(x) < g(x)$

Exercice 5 :

Soient $ABCD$ un carré de côté de mesure 5 et M un point de $[BC]$.
On note x la longueur BM.
On note P, Q et L les points des segments respectifs $[CD]$, $[DA]$ et $[AB]$ tels que :

$$CP = DQ = AL = BM = x$$

On admettra que les quatre triangles hachurés ont la même aire.



1. Quel est l'ensemble I des valeurs possibles de x ?
2. Par la suite, x désigne un réel appartenant à I.
   (a) Exprimer, pour tout réel x de I, la longueur AQ en fonction de x.
   (b) Exprimer l'aire du triangle ALQ en fonction de x.
   (c) En déduire l'aire $f(x)$ du quadrilatère $LMPQ$ en fonction de x.
   (d) Montrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire dous la forme :

$$f(x) = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$$

3. (a) Compléter, le tableau des valeurs, ci-dessous : (on donnera les valeurs décimales exactes)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$											

   (b) Tracer la courbe représentative de f (unités : 2 cm pour 1 en abscisses et 0, 5 cm pour 1 en ordonnées).
   (c) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire de $LMPQ$ semble minimale et une valeur approchée de l'aire minimale de $LMPQ$.
4. (a) Exprimer, à l'aide de la question 2.(d) le nombre $f(x) - f\left(\frac{5}{2}\right)$ en fonction de x.
   (b) Montrer que, pour tout x dans I, $f(x) - f\left(\frac{5}{2}\right) \geq 0$
   (c) Justifier que f admet un minimum et en préciser la valeur exacte puis la valeur en laquelle celui-ci est atteint.