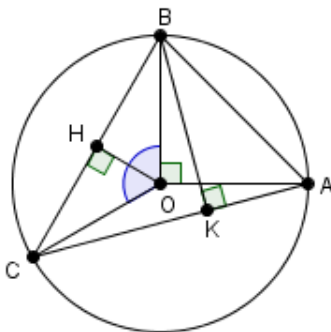


La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

La calculatrice n'est pas autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :



\mathcal{C} est un cercle de centre O et de rayon 1 pour une unité choisie.

A , B et C sont trois points de \mathcal{C} disposés comme l'indique la figure :

$\widehat{BOA} = 90^\circ$ et $\widehat{BOC} = 120^\circ$

La perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (AC) en K .

La perpendiculaire à (BC) passant par O coupe (BC) en H .

On donne : $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$, $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan(60^\circ) = \sqrt{3}$ et $\tan(45^\circ) = 1$

1. Démontrer que $\widehat{ACB} = 45^\circ$ et $\widehat{BAC} = 60^\circ$

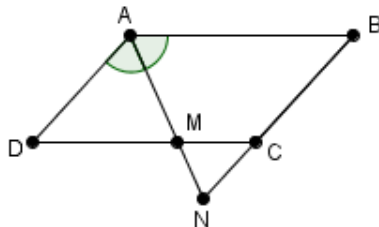
2. En déduire la mesure de \widehat{ABC} .

3. Calculer la valeur exacte de BA et BH .

4. En déduire que $BC = \sqrt{3}$

5. Démontrer que $AC = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3} + 1)$

Exercice 2 :



On considère un parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 5$ cm et $AD = 3$ cm.

La bissectrice de l'angle BAD coupe $[DC]$ en M et (BC) en N .

1. Démontrer que les triangles ADM et ABN sont isocèles et semblables.

2. Calculer $\frac{\text{Aire}_{ADM}}{\text{Aire}_{ABN}}$

Exercice 3 :

On note $A = 3 + \frac{4x-5}{5-10x} \times \frac{1}{7+9x}$ et $B = \frac{3x-2}{\sqrt{12-6x}} + 2x+3$

1. Déterminer l'ensemble d'étude E_A de l'expression littérale A .

2. Déterminer l'ensemble d'étude E_B de l'expression littérale B .

3. Calculer A pour $x = 0$ et $x = 0,5$.

4. Calculer B pour $x = 0$ et $x = 10$.

Exercice 4 :

On note p un nombre premier supérieur ou égal à 3 et $N = \left(\frac{7p+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{7p-1}{2}\right)^2$

1. Explique pourquoi $\frac{7p+1}{2} \in \mathbb{N}$ et $\frac{7p-1}{2} \in \mathbb{N}$

2. Démontrer que $N = 7p$

3. (Facultatif) Si $N = 35$, trouver a et b tels que $N = a^2 - b^2$