Exercices sur les vecteurs (Partie 1)

1) ABC est un triangle et I est le milieu de [BC]. Démontrer que $\vec{AB}+\vec{AC}=2\ \vec{AI}$

2) ABCD est un rectangle de centre O. Démontrer que $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}+\vec{OD}=\vec{0}$

3) ABC est un triangle quelconque.
A' est le milieu de [BC], B' est le milieu de [AC] et C' est le milieu de [AB].
On note G le centre de gravité du triangle.
Démontrer que $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$
(indication : On injectera le point C' à l'aide de la relation de Chasles, dans $\vec{GA}$ et $\vec{GB}$)

4) ABC est un triangle quelconque.
A' est le milieu de [BC], B' est le milieu de [AC] et C' est le milieu de [AB].
I. a) Justifier que $\vec{AB}+\vec{AC}=2\ \vec{AA'}$
b) De même, exprimer $\vec{BA}+\vec{BC}$ et $\vec{CA}+\vec{CB}$ à l'aide d'un vecteur.
II. En déduire que $\vec{AA'}+\vec{BB'}+\vec{CC'}=\vec{0}$

5) Soient deux points A et B. On note I le point tel que $2\ \vec{IA}-4\ \vec{IB}=\vec{0}$
a. Placer le point I
b. Démontrer que $\forall$ M du plan, on a $2\ \vec{MA}-4\ \vec{MB}=-2\ \vec{MI}$

6) Soient trois points A, B et C. On note J le point tel que $7\ \vec{JA}-10\ \vec{JB}+3\ \vec{JC}=\vec{0}$
Démontrer que $\forall$ N du plan, on a $7\ \vec{NA}-10\ \vec{NB}+3\ \vec{NC}=\vec{0}$

7) Soient quatre points A, B, C et D.
On note I le point tel que $3\ \vec{IA}-2\ \vec{IB}=\vec{0}$ et J le point tel que $4\ \vec{JC}-5\ \vec{JD}=\vec{0}$
a. Placer I et J.
b. Démontrer que $\forall$ G du plan, on a $3\ \vec{GA}-2\ \vec{GB}+4\ \vec{GC}-5\ \vec{GD}=\vec{JI}$

8) ABC est un triangle et I est le milieu de [AB].
Partie 1 :
a) Construire le point J tel que $\vec{AJ}=-\vec{AC}$
b) En déduire que $\vec{IJ}=-\frac{1}{2}\vec{AB}-\vec{AC}$
Partie 2 : On note K le point tel que $2\vec{KB}+\vec{KC}=\vec{0}$
a) Exprimer $\vec{BK}$ en fonction de $\vec{BC}$. Construire K.
b) En déduire que $\vec{IK}=\frac{1}{6}\vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AC}$ et que $\vec{IJ}=3\vec{IK}$
Que dire alors des points I, J et K ?

9) OIJK est un parallélogramme. A, B et G sont trois points tels que
$\vec{OA}=\frac{1}{2}\vec{OI}$ $\vec{OB}=\frac{1}{3}\vec{OK}$ $\vec{AG}=\frac{3}{5}\vec{AB}$

a. Démontrer que $\vec{OG}=\frac{3}{5}\vec{AB}+\vec{OA}$ puis que $\vec{OG}=\frac{2}{5}\vec{OA}+\frac{3}{5}\vec{OB}$

b. En déduire que $\vec{OG}=\frac{1}{5}(\vec{OI}+\vec{OK})$ puis que $\vec{OG}=\frac{1}{5}\vec{OJ}$

c. Que peut-on en déduire sur les points O, G et J ?