

DS04 (Terminale S Spé)

« Il y a quatre âges dans la vie de l'homme: - celui où il croit au Père Noël - celui où il ne croit plus au Père Noël - celui où il est le Père Noël - celui où il ressemble au Père Noël. » (Anonyme de Noël)

La qualité et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans la notation.
Vous devez justifier vos calculs ou affirmations.
La calculatrice est autorisée. (Devoir d'une heure)

Exercice 01 : (5 pts)

1. Quel est le reste de la division euclidienne de 2010 par 11 ?
2. Quel est le reste de la division euclidienne de 2^{10} par 11 ?
3. Quel est le reste de la division euclidienne de $2^{2010} + 2010$ par 11 ?

Exercice 02 : (10 pts)

On considère la suite d'entiers naturels (u_n) définie par $u_0 = 14$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 5u_n - 6$

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite puis faire une conjecture sur les deux derniers chiffres de u_n .
2. Montrer que pour tout entier naturel $n, u_{n+2} \equiv u_n [4]$
3. En déduire par récurrence que pour tout entier naturel $k, u_{2k} \equiv 2 [4]$ et $u_{2k+1} \equiv 0 [4]$
4. Montrer que pour tout entier naturel $n, 2u_n = 5^{n+2} + 3$ (on pourra faire un raisonnement par récurrence ou utiliser la suite définie par $v_n = 2u_n - 3$)
5. En déduire que pour tout entier naturel $n, 2u_n \equiv 28 [100]$. La conjecture précédente est-elle vérifiée ?

Exercice 03 : (5 pts)

1. Déterminer l'écriture de 456 en base 5
2. Déterminer l'écriture de $\overline{2314}^5$ en base décimale.
3. Poser et effectuer dans passer par la base décimale :
 - a) $\overline{3311}^5 + \overline{2314}^5$
 - b) $\overline{3311}^5 \times \overline{2314}^5$

Exercice Bonus : (Réflexion !!)

Résoudre dans \mathbb{N} :

$$n^2 \equiv 9 [17]$$