DS01 (Terminale S Spé)

Ne crains pas l'échec. Ce n'est pas l'échec, mais le manque d'ambition qui est un crime. Avec des objectifs élevés, l'échec peut être glorieux. (**Bruce Lee)**

La qualité et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans la notation.
Vous devez justifier vos calculs ou affirmations.
<u>La calculatrice n'est pas autorisée</u>. (Devoir d'une heure)

Exercice 01 : (6 pts)

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k(k+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

2. En déduire le résultat de
$$A = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} i$$

Exercice 02 : (4 pts)

1. On note $H = \{4k+1, \quad k \in \mathbb{N}\}$
Montrer par contraposée que si $a^2 \notin H$ alors $a \notin H$

2. Un rectangle a pour aire 170 m^2. Montrer par l'absurde que sa longueur est supérieure à 13 m.

Exercice 03 : (6 pts)

1. On note u une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontrer que, pour tout entier $n \geq 2$, la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = \left(u(x)\right)^n$$
est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que
$$f'(x) = n \times u'(x) \times \left(u(x)\right)^{n-1}$$
2. En déduire la dérivée de la fonction
$$g : x \mapsto (3-4x)^{22}$$

Exercice 04 : (4 pts)

On dit qu'une fonction *f* est périodique de période T si pour tout $x \in D_f$, $f(x+T) = f(x)$

1. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $f(x+nT) = f(x)$

2. Si *f* est périodique de période 3, montrer que $f(475) = f(-1)$

Exercice Bonus : (Réflexion !!)

Soit un entier naturel $n \geq 3$
Peut-on écrire 1 sous la forme de la somme des inverses de n entiers naturels distincts deux à deux ?