DS02 (Terminale S Spé)

« Les hautes mathématiques sont l'autre musique de la pensée.. » *(Steiner)*

La qualité et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans la notation.
Vous devez justifier vos calculs ou affirmations.
La calculatrice n'est pas autorisée. (Devoir d'une heure)

Exercice 01 : (≈10 mn)

On dit qu'une fonction *f* est périodique de période T si pour tout $x \in D_f$, $f(x+T)=f(x)$

1. Montrer par récurrence que pout tout $n \in \mathbb{N}$, $f(x+nT)=f(x)$
2. Si *f* est périodique de période 3, montrer que $f(13706)=f(2)$

Exercice 02 : (≈10 mn)

1. Montrer que si $p \equiv 2[5]$ alors p^2+1 est un multiple de 5.
2. Démontrer que $2^{11}+1$ est divisible par 3.

Exercice 03 : (≈10 mn)

1. Ecrire les nombres suivants en base 5 : 250 ; 1345
2. Ecrire les nombres suivants en base 16 : 62 ; 175679

Exercice 04 : (≈10 mn)

1. Ecrire les nombres suivants en base 10 : $\overline{11101}^2$; $\overline{10000}^2$
2. Ecrire les nombres suivants en base 10 : $\overline{23A}^{16}$; $\overline{E2F}^{16}$

Exercice 05 : (≈10 mn)

Effectuer les opérations suivants sans passer par la base 10 :

1. $\overline{122}^3+\overline{221}^3$
2. $\overline{34}^5 \times \overline{24}^5$

Exercice 06 : (≈10 mn)

1. a,b et c étant des entiers non nuls, montrer que si a divise b et c alors a^2 divise bc.
2. Déterminer le reste de la division euclidienne de 3^n-1 par 3^{n-1}

Bonus 01 :

Déterminer les entiers relatifs n dont le reste dans la division euclidienne par 16 est égal au carré du quotient.

Bonus 02 :

Démontrer que pour $n \in \mathbb{N}$, s'il existe $b \in \mathbb{N}^*$ et $c \in \mathbb{N}$ tels que $n=5b+c$ avec $0 \leq c < 5$ alors b et c sont uniques.