

DM04 (Term S spé 2013-2014)

«J'aimais et j'aime encore les mathématiques pour elles-mêmes comme n'admettant pas l'hypocrisie et le vague, mes deux bêtes d'aversion.» **Stendhal**

Exercice :

On pose $u = 2 + \sqrt{3}$ et $v = 2 - \sqrt{3}$

1. Démontrer que, n désignant un entier strictement positif, on peut écrire :

$$u^n = a_n + b_n \sqrt{3} \text{ et } v^n = a_n - b_n \sqrt{3}$$

Où a_n et b_n sont des entiers naturels.

Exprimer a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n , $n \in \mathbb{N}^*$

2. Etablir :

$$a_n^2 - 3b_n^2 = 1 \text{ et } a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n = 1$$

3. En déduire que les fractions $\frac{a_n}{b_n}$, $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ et $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ sont irréductibles (ne peuvent pas se simplifier).

4. Ecrire un algorithme qui permet de calculer, après avoir demandé la valeur de N , les N premiers termes des suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

5. Entrer le programme dans votre calculatrice (ou sur Algobox) puis écrire le programme sur votre copie.

6. Déterminer u^{10} et v^{10} sous la forme $\alpha + \beta\sqrt{3}$

A rendre le
**vendredi 11
Octobre 2013**

PROCHAIN DS

DS02

**Vendredi 18
Octobre**

Salle de cours

DS03

**Vendredi 22
Novembre**

Salle polyvalente