DM03 (Term S spé 2013-2014)

« Ceux qui ne savent pas qu'ils marchent dans l'obscurité ne verront jamais la lumière. » ***Bruce Lee***

A rendre le **vendredi 4 Octobre** 2013

Exercice 01 :

Montrer qu'il existe une suite $(\lambda_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'entiers impairs croissante tels que $\forall n\in\mathbb{N}$, $5^{2^n} = 1+\lambda_n 2^{n+2}$

Exercice 02 :

On note $\prod_{k=1}^{n} a_k = a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_{n-1} \times a_n$

1. Calculer $\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)$ en fonction de n.
2. Calculer $\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k}\right)$ en fonction de n.
3. En déduire $\lim_{n\to+\infty}\left(\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)\right)$
4. En déduire $\lim_{n\to+\infty}\left(\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k}\right)\right)$

Exercice 03 :

Montrer qu'il existe deux suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'entiers tels que $\forall n\in\mathbb{N}$, $\left(1+\sqrt{6}\right)^n = a_n + b_n\sqrt{6}$. Déterminer l'expression de a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n , puis donner les 4 premiers termes des deux suites.