DM02 (Terminale S Spécialité)

« Ne vous inquiétez pas pour vos difficultés en mathématiques, les miennes sont encore plus grande ».
Albert Einstein

A rendre le :

Vendredi 19 Septembre.

Premier DS :

Vendredi 27 Septembre.

Le premier chapitre est à revoir pour ce DS et les deux DM du début de l'année.

Exercice 01

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 3, on note d_n le nombre de diagonales d'un polygone à n sommets.

1. Calculer d_n pour n=3, puis n=4 et enfin n=5.
2. Explique pourquoi un polygone à (n+1) sommets a-t-il (n-1) diagonales de plus qu'un polygone à n sommets ? On peut s'aider d'un schéma pour l'expliquer.
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 3, on a $d_n = \dfrac{n(n-3)}{2}$
4. Combien de diagonales possède un Myriagone (10000 sommets) ?

Exercice 02

On note (u) la suite définie par : pour tout n entier naturel, $u_n = \sum_{k=0}^{n}(2k+1)$

1. Calculer u_n pour $n \in \{0;1;2;3;4\}$
2. Conjecturer une formule explicite de u_n en fonction de n.
3. Démontrer que cette formule est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$

Exercice 03

On note x un réel différent de 1.
Démontrer que pour tout n entier naturel

$$\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

Exercice 04

Démontrer les propriétés ci-dessous :

1. Si $a \in \mathbb{Q}$ et si $x \notin \mathbb{Q}$ alors $a + x \notin \mathbb{Q}$
2. Si $a \in \mathbb{Q}$ et si $x \notin \mathbb{Q}$ alors $a \times x \notin \mathbb{Q}$

Exercice 05

On note H l'ensemble définit par

$$H = \{a + b\sqrt{5}\ ,\ a \in \mathbb{Q} \quad et \quad b \in \mathbb{Q}\}$$

1. Justifier que les nombres 0 ; 1 ; $\sqrt{5}$; $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\dfrac{2}{1+\sqrt{5}}$ sont dans H
2. Montrer que si $x \in H$ et $y \in H^*$ alors $x + y \in H$ puis $x - y \in H$ puis $xy \in H$ et enfin $x \div y \in H$