Theme02 : Critères de divisibilité

Exercice

On note x un nombre entier naturel.
On note $n=\overline{a_p a_{p-1}\dots a_3 a_2 a_1 a_0}$ sont écriture en base 10.

1. Démontrer que $2|n \Leftrightarrow a_0 \in \{0,2,4,6,8\}$
   Ecrire un critère de divisibilité par 2 à l'aide d'une phrase.
2. Démontrer que $3|n \Leftrightarrow 3|\sum_{k=0}^{p} a_k$
   Ecrire un critère de divisibilité par 3 à l'aide d'une phrase.
3. Démontrer que $9|n \Leftrightarrow 9|\sum_{k=0}^{p} a_k$
   Ecrire un critère de divisibilité par 9 à l'aide d'une phrase.
4. Démontrer que $4|n \Leftrightarrow 4|(10a_1+a_0)$
   Ecrire un critère de divisibilité par 4 à l'aide d'une phrase.
5. Démontrer que $5|n \Leftrightarrow a_0 \in \{0,5\}$
   Ecrire un critère de divisibilité par 5 à l'aide d'une phrase.
6. Démontrer que $10|n \Leftrightarrow a_0 = 0$
   Ecrire un critère de divisibilité par 10 à l'aide d'une phrase.
7. Démontrer que $7|n \Leftrightarrow 7|(\overline{a_p a_{p-1}\dots a_3 a_2 a_1} - 2a_0)$
   Ecrire un critère de divisibilité par 7 à l'aide d'une phrase.
8. a. Trouver, suivant les valeurs de k, les valeurs de m sachant que $10^k \equiv m\,[11]$
   b. Si p est pair démontrer que
   $$11|n \Leftrightarrow 11|[(a_0+a_2+\dots+a_p)-(a_1+a_3+\dots+a_{p-1})]$$
   c. Si p est impair démontrer que
   $$11|n \Leftrightarrow 11|[(a_0+a_2+\dots+a_{p-1})-(a_1+a_3+\dots+a_p)]$$
   Ecrire un critère de divisibilité par 11 à l'aide d'une phrase.
9. Démontrer que $13|n \Leftrightarrow 13|(\overline{a_p a_{p-1}\dots a_3 a_2 a_1} + 4a_0)$
   Ecrire un critère de divisibilité par 13 à l'aide d'une phrase.

Evaluation

Theme 02			
AA	A	EA	NA

Vocabulaire

Un nombre entier a est **divisible** par un nombre entier b si b est différent de 0 et si il existe un entier k tel que $a=bk$

On écrira $b|a$ pour dire que b divise a

ou

$a \equiv 0\,[b]$

ou

Le reste de la division de a par b est 0.

Si b divise a alors a est un multiple de b et b est un diviseur non nul de a.