

CH00F01 : Quantificateurs, contraposée et réciproque

Evaluation

CH00F01-01

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

CH00F01-02

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

Vocabulaire

Quantificateur universel

La quantification universelle est un A à l'envers (\forall) ; elle exprime « pour tout » ou « quel que soit ». La notation \forall vient de l'allemand *Alle*

Quantificateur existentiel

La quantification existentielle est un E retourné (\exists) ; elle exprime « il existe un ». Cette notation peut être suivie d'un ! pour indiquer l'unicité, la signification devient alors « il existe un unique ». La notation \exists vient de l'allemand *Existieren*

Historique

Les quantificateurs ont été introduits par

Aristote

(384 av JC-322 av JC)

Exercice 01 : (Ch00F01-01)

Traduire par des mots classiques, les phrases mathématiques ci-dessous :

- $\forall x \in \mathbb{R}^*, x^2 > 0$
- $\forall x \in I, f(x) \geq a$
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall m \in \mathbb{N}, \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$
- $\forall x \in D_f, f(-x) = f(x)$
- $\forall \varepsilon > 0, \forall n \geq 100, |u_n - 5| \leq \varepsilon$

Exercice 02 : (Ch00F01-01)

Traduire par des mots classiques, les phrases mathématiques ci-dessous :

- $\exists x \in \mathbb{R} / \sqrt{x} = 16$
- $\exists a \in D_f / f(a) \leq 0$
- $\exists x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} / x^3 + y^2 = 9$
- $\exists n \in \mathbb{N} / nx > y$
- $\exists ! n \in \mathbb{Z} / n \leq x < n+1$

Exercice 03 : (Ch00F01-01)

Traduire par des mots classiques, les phrases mathématiques ci-dessous :

- $\forall \varepsilon > 0, \exists n_1 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_1, |u_n - l| \leq \varepsilon$
- $\exists ! a \in D_f / \forall x \in D_f, f(x) \leq f(a)$
- $\exists n_1 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_1, v_n \leq u_n \leq w_n$
- $\exists k \in \mathbb{N}, \exists p \in \mathbb{N} / x = k^2 + kp + p^2$

Exercice 04 : (Ch00F01-01)

Ecrire la négation des propriétés

- $\forall x \in \mathbb{R}^*, x^2 > 0$
- $\forall x \in D_f, f(-x) = f(x)$
- $\exists x \in \mathbb{R} / \sqrt{x} = 16$
- $\exists n \in \mathbb{N} / nx > y$
- $\exists a \in D_f / \forall x \in D_f, f(x) \leq f(a)$
- $\exists n_1 \in \mathbb{N} / \forall n \geq n_1, v_n \leq u_n \leq w_n$

Exercice 05 : (Ch00F01-02)

Ecrire les propriétés contraposées et réciproque des propriétés suivantes :

- S'il pleut alors je prends mon parapluie
- Si je ne suis pas en avance alors je suis en retard.
- n pair $\Rightarrow n^2$ pair
- $x \in [0;1] \Rightarrow x^2 \leq x$
- $x \geq 0 \Rightarrow 1+x > 0$

Exercice 06 : (Ch00F01-02)

Pour chacune des phrases suivantes, dire si elles sont vraies ou fausses, en justifiant, puis donner leur réciproque et leur contraposée et dire si elles sont vraies ou fausses (en justifiant aussi).

- Si $x \geq 0$ alors $1+x > 0$.
- Si $a^2 = 9$ alors $a = 3$.
- Si ABCD est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
- Si ABCD est un trapèze alors il a deux côtés non consécutifs parallèles.
- Si $x = 1$ alors $4 - (x+1)^2 = 0$
- Si le quadrilatère ABCD est un losange alors $AB = AD$.
- Si $(x+3)(x-2) = 0$ alors $x = 3$
- Si $x = 4$ alors $(x-4)(x+5) = 0$
- L'opposé d'un nombre strictement positif est un nombre négatif.
- Si $x < 0$ alors $-x$ est positif.
- Si ABC est un triangle rectangle en B alors $AB^2 + BC^2 = AC^2$