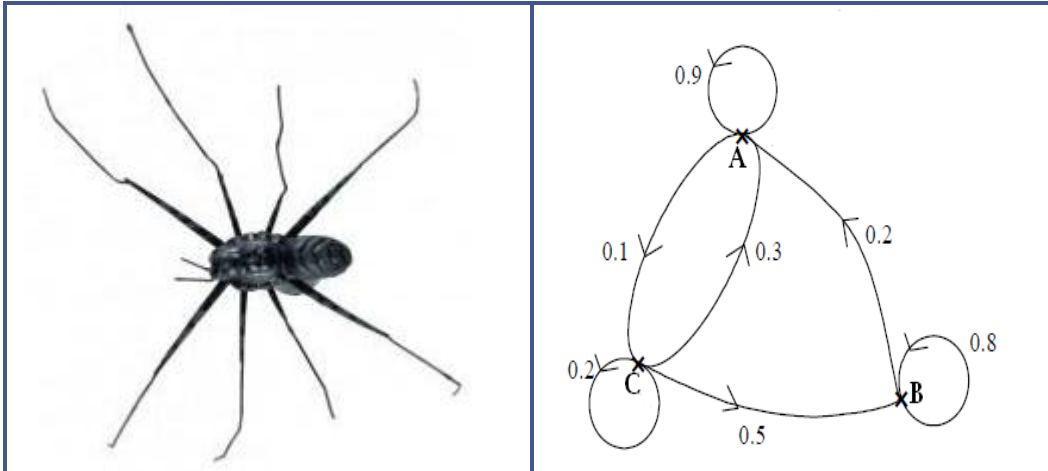


CH02F03 : Introduction des matrices (TS Spé Maths)



3 femelles araignées ont fait un nid chacune. Le nid A, le nid B et le nid C. La femelle du nid A a fait 60 œufs, celle du nid B 80 œufs et celle du nid C a fait 120 œufs. Tous les œufs éclosent.

Au bout du 3^{ième} jour les petites araignées commencent à bouger et à changer de nid. Chaque jour (voir schéma ci-dessus)

- 10 % des petits du nid A partent vers le nid C
- 50 % des petits du nid C partent pour le nid B
- 30 % des petits du nid C partent pour le nid A
- 20 % des petits du nid B partent pour le nid A

1. Calculer le nombre de petites araignées dans chacun des nids le quatrième jour et le cinquième jour.
2. Compléter le tableau suivant qui correspond à l'évolution (en fréquences) des populations des nids, chaque jour :

→	Nid A	Nid B	Nid C
Nid A			0,1
Nid B		0,8	
Nid C	0,3		

3. On note M la matrice de transition qui permet de passer d'un jour à l'autre. M est la matrice représentant le tableau ci-dessus. Quel calcul peut-on faire avec M et la matrice ligne $P_0 = (60 \ 80 \ 120)$ pour obtenir les réponses des questions 1 et 2 ?
4. Si on note P_n l'état de la population des petites araignées dans chacun des nids le jour n et P_{n+1} celui du jour $n+1$, quelle relation peut-on écrire entre P_{n+1} et P_n ?
5. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 3$, $P_n = P_3 \times M^{n-3}$
6. A l'aide de votre calculatrice déterminer la population dans les nids, le 10^{ième} jour.

Histoire

Le concept de matrice provient du 18^{ième} siècle durant l'étude des systèmes d'équations linéaires.

Quelques grands noms à ne pas oublier :

LEIBNIZ Gottfried
(1646-1716)

CRAMER Gabriel
(1704-1752)

GAUSS Carl Friedrich
(1777-1855)

EISENSTEIN Ferdinand
(1823-1852)

LAGRANGE Joseph
(1736-1813)

CAYLEY Augustin
(1789-1857)

Hamilton William
(1805-1865)

Les matrices sont utiles dans la plupart des domaines **mathématiques, scientifiques** et **techniques** modernes.