La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 :

Dans tout l'exercice, n désigne un entier naturel non nul.

1. Pour $1 \leq n \leq 6$, calculer les restes de la division euclidienne de 3^n par 7.
2. Démontrer que, pour tout n, $3^{n+6} - 3^n$ est divisible par 7.
   En déduire que 3^n et 3^{n+6} ont le même reste dans la division par 7.
3. Á l'aide des résultats précédents, calculer le reste de la division euclidienne de 3^{1000} par 7.
4. De manière générale, comment peut-on calculer le reste de la division euclidienne de 3^n par 7 pour n quelconque ?
5. En déduire que, pour tout entier naturel n, 3^n est premier avec 7.

Exercice 2 :

1. Démontrer que pout tout $n \in \mathbb{N}$, $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ est divisble par 11.
2. Donner le reste de la division euclidienne de $17^n + 18^n + 19^n$ par 4.
3. Démontrer que :
   (a) n n'est pas un multiple de $5 \Longleftrightarrow n^4 - 1$ est un multiple de 5
   (b) En déduire : $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}^* \Longrightarrow n^{p+4}$ et n^p ont le même chiffre des unités.

Exercice 3 :

(a) Transformer 235 en écriture en base 2.
(b) Transformer $\overline{101101}^2$ en écriture en base 10.
(c) Transformer 65 en écriture en base 5.
(d) Transformer $\overline{231}^7$ en écriture en base 2.