

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

A RENDRE LE Vendredi 09 JANVIER 2009

Citation du jour : Charles Caleb Colton

L'étude des mathématiques est comme le Nil, qui commence en modestie et finit en magnificence.

Exercice 1 :

On admet que 250 507 n'est pas premier.

On se propose de chercher des couples d'entiers naturels $(a ; b)$ vérifiant la relation :

$$(E) \quad a^2 - 250\,507 = b^2.$$

- Soit X un entier naturel.
 - Donner dans un tableau, les restes possibles de X modulo 9 ; puis ceux de X^2 modulo 9.
 - Sachant que $a^2 - 250\,507 = b^2$, déterminer les restes possibles modulo 9 de $a^2 - 250\,507$; en déduire les restes possibles modulo 9 de a^2 .
 - Montrer que les restes possibles modulo 9 de a sont 1 et 8.
- Justifier que si le couple $(a ; b)$ vérifie la relation (E), alors $a > 501$. Montrer qu'il n'existe pas de solution du type $(501 ; b)$.
- On suppose que le couple $(a ; b)$ vérifie la relation (E).
 - Démontrer que a est congru à 503 ou à 505 modulo 9.
 - Déterminer le plus petit entier naturel k tel que le couple $(505 + 9k ; b)$ soit solution de (E), puis donner le couple solution correspondant.
- Déduire des questions précédentes une écriture de 250 507 en un produit deux facteurs.

JOYEUX NOËL et BONNE ANNÉE 2009

