A rendre le **Vendredi** 30 **Mai** 2008

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 4 : exercice de spécialité **5 points**

L'espace (E) est muni d'un repère orthonormal .
On considère les points A(0 ; 5 ; 5) et B(0 ; 0 ; 10).

1. Dans cette question, on se place dans le plan P_0 d'équation $x = 0$ rapporté au repère $\left(O,\ \overrightarrow{\jmath},\ \overrightarrow{k}\right)$.
   On note $\mathcal{C}$ le cercle de centre B passant par A.
   Démontrer que la droite (OA) est tangente au cercle $\mathcal{C}$.
2. On nomme $\mathcal{S}$ la sphère engendrée par la rotation du cercle $\mathcal{C}$ autour de l'axe (Oz) et Γ le cône engendré par la rotation de la droite (OA) autour de l'axe (Oz).
   (a) Démontrer que le cône Γ admet pour équation $x^2 + y^2 = z^2$.
   (b) Déterminer l'intersection du cône Γ et de la sphère $\mathcal{S}$.
   Préciser la nature de cette intersection et ses éléments caractéristiques.
   (c) Illustrer ces objets par un schéma dans l'espace.
3. On coupe le cône Γ par le plan P_1 d'équation $x = 1$.
   Dans P_1, l'une des trois figures ci-dessous représente cette intersection.
   Identifier cette figure en donnant les justifications nécessaires.
4. Soit $M(x,\ y,\ z)$ un point du cône Γ dont les coordonnées sont des entiers relatifs non nuls. Démontrer que x et y ne peuvent pas être simultanément impairs.

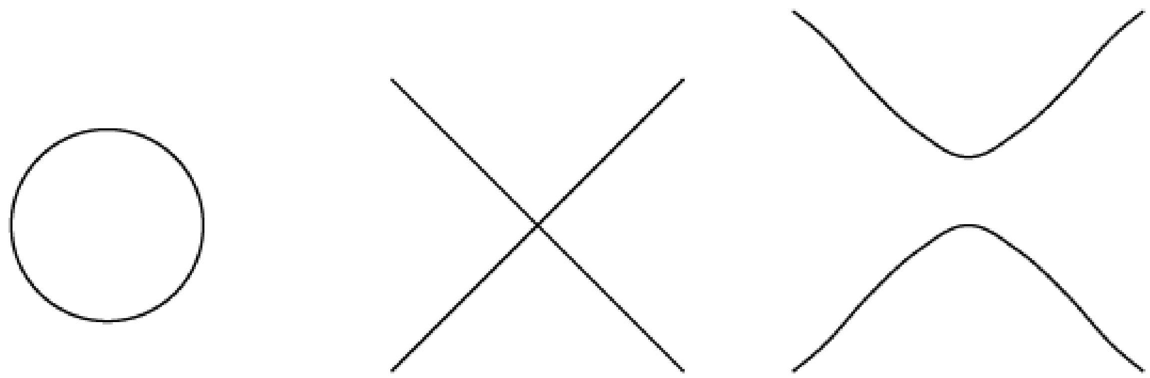

Figure 1 Figure 2 Figure 3