

A rendre le **Vendredi 19 Octobre 2007**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 :

Quelques petites questions sur les nombres premiers :

- Démontrer que tout nombre premier supérieur à 2 est de la forme $4k \pm 1$.
- Les nombres de la forme $4k \pm 1$ sont-ils premiers ?
- p étant un nombre premier, résoudre l'équation d'inconnues x et y entiers naturels : $x^2 - y^2 = p$.
- (a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}$ on a $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
(b) Résoudre l'équation d'inconnues x et y entiers naturels : $x^3 - y^3 = 127$.
- Soit p un nombre premier et n un entier naturel. Quelle est la somme des diviseurs positifs de p^n ?

Exercice 2 :

Un rappel à ne pas oublier :

Si la décomposition d'un nombre entier naturel, en produits de facteurs premiers est

$$x = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times p_3^{\alpha_3} \times \dots \times p_k^{\alpha_k}$$

alors le nombre de ses diviseurs est $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \times \dots (\alpha_k + 1)$

- Un entier naturel admet seulement deux diviseurs premiers distincts, le nombre total de ses diviseurs est 6 et la somme de ces diviseurs est 28. Quel est ce nombre ?
- Un entier naturel n ne contient que les facteurs premiers 5 et 7. Le nombre des diviseurs positifs de n^2 est le triple de celui de n . Trouver n .

A rendre le **Vendredi 19 Octobre 2007**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 :

Quelques petites questions sur les nombres premiers :

- Démontrer que tout nombre premier supérieur à 2 est de la forme $4k \pm 1$.
- Les nombres de la forme $4k \pm 1$ sont-ils premiers ?
- p étant un nombre premier, résoudre l'équation d'inconnues x et y entiers naturels : $x^2 - y^2 = p$.
- (a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}$ on a $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
(b) Résoudre l'équation d'inconnues x et y entiers naturels : $x^3 - y^3 = 127$.
- Soit p un nombre premier et n un entier naturel. Quelle est la somme des diviseurs positifs de p^n ?

Exercice 2 :

Un rappel à ne pas oublier :

Si la décomposition d'un nombre entier naturel, en produits de facteurs premiers est

$$x = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times p_3^{\alpha_3} \times \dots \times p_k^{\alpha_k}$$

alors le nombre de ses diviseurs est $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \times \dots (\alpha_k + 1)$

- Un entier naturel admet seulement deux diviseurs premiers distincts, le nombre total de ses diviseurs est 6 et la somme de ces diviseurs est 28. Quel est ce nombre ?
- Un entier naturel n ne contient que les facteurs premiers 5 et 7. Le nombre des diviseurs positifs de n^2 est le triple de celui de n . Trouver n .