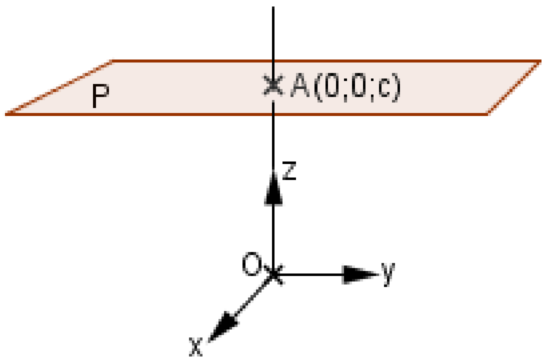
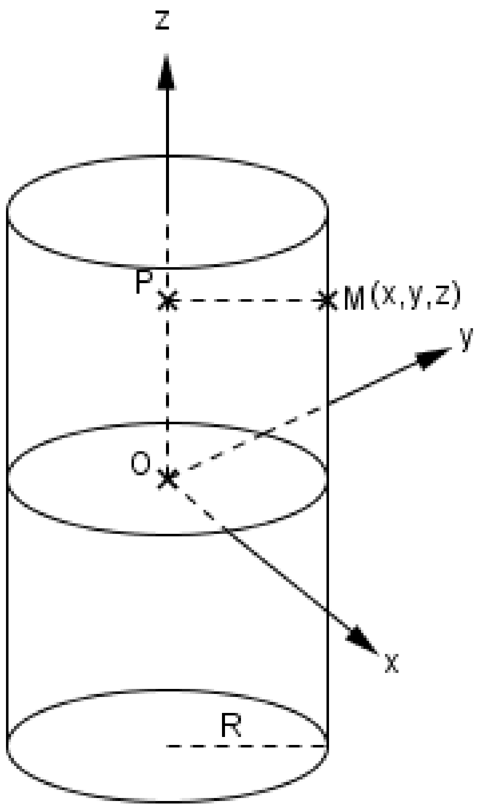
Soit $M(x;y;z)$ dans le repère $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j};\overrightarrow{k})$

1 Equation de plans



- Une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par le point $A(0;0;c)$ et parallèle au plan xOy est $\boxed{(E_{\mathcal{P}}) : z = c}$
- Une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par le point $A(0;b;0)$ et parallèle au plan xOz est $\boxed{(E_{\mathcal{P}}) : y = b}$
- Une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par le point $A(a;0;0)$ et parallèle au plan yOz est $\boxed{(E_{\mathcal{P}}) : x = a}$

2 Equation d'un cylindre de révolution



On suppose que l'axe du cylindre de révolution $\mathcal{C}$ est (Oz) :
On note P le projeté orthogonal de M sur (Oz).
On a donc $\overrightarrow{OP} = z\overrightarrow{k}$, donc

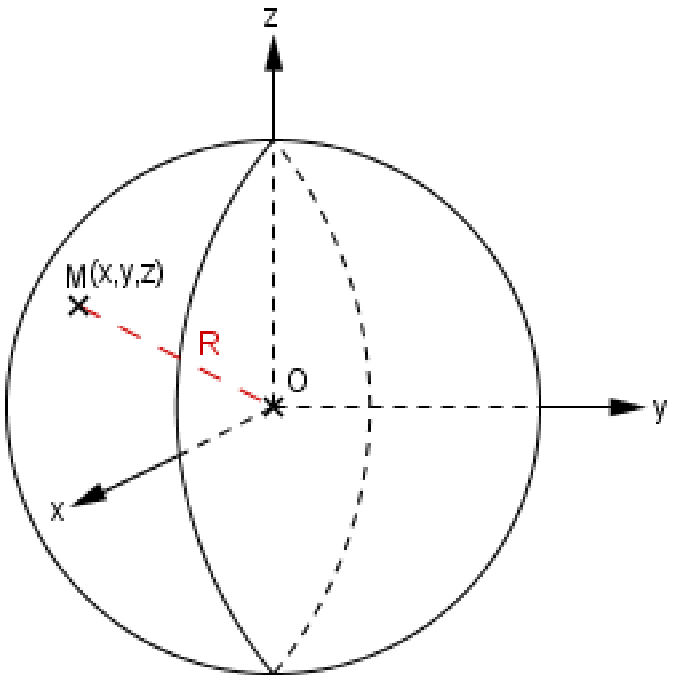
$$\begin{aligned}\overrightarrow{PM} &= \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM} \\ &= \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP} \\ &= x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}\end{aligned}$$

donc les coordonnées de $\overrightarrow{PM}$ sont $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
On a donc $M \in \mathcal{C}$ si et seulement si $PM = R$, ce qui équivaut à $x^2 + y^2 = R^2$

Si le cyclindre de révolution $\mathcal{C}$ a pour base un cercle de rayon R et de centre O, l'origine du repère, alors son équation est :

- $\boxed{x^2 + y^2 = R^2}$ s'il a pour axe (Oz)
- $\boxed{y^2 + z^2 = R^2}$ s'il a pour axe (Ox)
- $\boxed{x^2 + z^2 = R^2}$ s'il a pour axe (Oy)

3 Equation d'une sphère

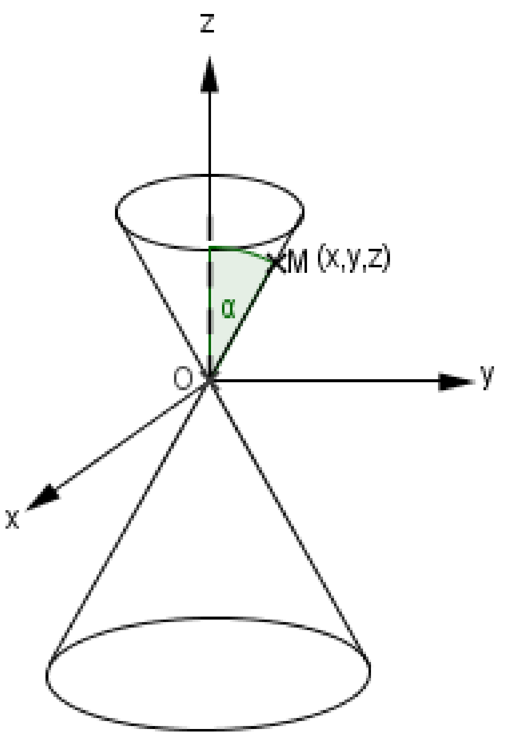


M est sur $\mathcal{S}$ équivaut à $OM = R$, ce qui équivaut à $OM^2 = R^2$. Comme dans le repère $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overrightarrow{k}\,)$, $OM^2 = x^2 + y^2 + z^2$ alors M est sur $\mathcal{S}$ si et seulement si $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

Conclusion :

• On note $\mathcal{S}$ la sphère de rayon R et de centre O, l'origine du repère.
Alors son équation est $\boxed{x^2 + y^2 + z^2 = R^2}$

4 Equation d'un cône de révolution



On note P le projeté orthogonal de M sur (Oz).
M appartient au cône de révolution si et seulement si $\widehat{POM} = \alpha$ et $\tan(\widehat{POM}) = \tan(\alpha)$.
On a donc $\dfrac{PM}{PO} = \tan\alpha$ donc $PM = PO \times \tan\alpha$ ou $PM^2 = PO^2 \times \tan^2(\alpha)$
On obtient donc l'équation $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2(\alpha)$

Conclusion :

• Le cône de révolution $\mathcal{C}$ d'axe (Oz) dont les génératrices font l'angle α avec (Oz), a pour équation : $\boxed{x^2 + y^2 = z^2 \tan^2(\alpha)}$

• Le cône de révolution $\mathcal{C}$ d'axe (Ox) dont les génératrices font l'angle α avec (Ox), a pour équation : $\boxed{y^2 + z^2 = x^2 \tan^2(\alpha)}$

• Le cône de révolution $\mathcal{C}$ d'axe (Oy) dont les génératrices font l'angle α avec (Oy), a pour équation : $\boxed{z^2 + x^2 = y^2 \tan^2(\alpha)}$