

Exercice 1 :

Résoudre les équations diophantiennes suivantes :

1. $62x + 42y = 1$
2. $17x - 33y = 1$
3. $51x + 54y = 2004$
4. $34x - 213y = 1$
5. $18x + 25y = 2$
6. $144x + 625y = 3$

Exercice 2 : BAC 2001

1. Déterminer un couple d'entiers solution de $(E) : 91x + 10y = 1$
2. En déduire une solution particulière de $(E') : 91x + 10y = 412$
3. Résoudre (E')
4. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'entier $A_n = 3^{2n} - 1$ est divisible par 8.
5. Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation : $A_3x + A_2y = 3296$

Exercice 3 :

On se propose de déterminer les entiers relatifs x vérifiant le système :

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{11} \\ x \equiv 4 \pmod{15} \end{cases}$$

1. Montrer que la résolution du système se ramène à celle de l'équation $11u + 15v = 1$ avec $u \in \mathbb{Z}$ et $v \in \mathbb{Z}$.
2. Résoudre cette nouvelle équation et en déduire les solutions du système.

Exercice 4 :

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x \equiv 5 \pmod{7} \\ x \equiv 3 \pmod{13} \end{cases}$$

Exercice 5 :

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x \equiv 10 \pmod{47} \\ x \equiv 26 \pmod{23} \end{cases}$$

Exercice 6 :

On assimile les 26 lettres de l'alphabet français : A, B, \dots, Z aux nombres $0, 1, \dots, 25$.

On code alors un nombre x ainsi :

Le nombre codé $f(x)$ est le reste de la division euclidienne de $41x + 37$ par 26.

En d'autres termes : $f(x) \equiv 41x + 37 \pmod{26}$

1. Coder le mot **ROIS**.
2. Déterminer un entier n tel que $41n \equiv 1 \pmod{26}$
3. Décoder alors le mot **ITOT**, en expliquant soigneusement la méthode utilisée.