

Exercice de recherche :

Vous avez une semaine pour résoudre ce problème. Vous avez le droit de poser des questions, de vous faire aider et même de trouver tout seul.

Dans une semaine j'envoie quelqu'un (tirage aléatoire) au tableau qui doit résoudre le problème devant la classe et qui doit répondre aux questions des élèves.

| | Très insuffisant | Insuffisant | Satisfaisant | Très satisfaisant |
|---|---|---|--|--|
| Qualité orale de l'épreuve | <ul style="list-style-type: none"> Difficilement audible sur l'ensemble de la prestation. Le candidat ne parvient pas à capter l'attention. | <ul style="list-style-type: none"> La voix devient plus audible et intelligible au fil de l'épreuve mais demeure monocorde. Vocabulaire limité ou approximatif. | <ul style="list-style-type: none"> Quelques variations dans l'utilisation de la voix ; prise de parole affirmée. Lexique adapté. Le candidat parvient à susciter l'intérêt. | <ul style="list-style-type: none"> La voix soutient efficacement le discours. Qualités prosodiques marquées (débit, fluidité, variations et nuances pertinentes, etc.). Vocabulaire riche et précis. Le candidat est pleinement engagé dans sa parole. |
| Qualité de la prise de parole en continu | <ul style="list-style-type: none"> Énoncés courts, ponctués de pauses et de faux démarrages ou énoncés longs à la syntaxe mal maîtrisée. | <ul style="list-style-type: none"> Discours assez clair mais vocabulaire limité et énoncés schématiques. | <ul style="list-style-type: none"> Discours articulé et pertinent, énoncés bien construits. | <ul style="list-style-type: none"> Discours fluide, efficace, tirant pleinement profit du temps et développant ses propositions. |
| Qualité des connaissances | <ul style="list-style-type: none"> Connaissances imprécises, incapacité à répondre aux questions, même avec une aide et des relances. | <ul style="list-style-type: none"> Connaissances réelles, mais difficulté à les mobiliser en situation à l'occasion des questions du jury. | <ul style="list-style-type: none"> Connaissances précises, une capacité à les mobiliser en réponses aux questions du jury avec éventuellement quelques relances. | <ul style="list-style-type: none"> Connaissances maîtrisées, les réponses aux questions du jury témoignent d'une capacité à mobiliser ces connaissances à bon escient et à les exposer clairement. |
| Qualité de l'interaction | <ul style="list-style-type: none"> Réponses courtes ou rares. La communication repose principalement sur l'évaluateur. | <ul style="list-style-type: none"> L'entretien permet une amorce d'échange. L'interaction reste limitée. | <ul style="list-style-type: none"> Répond, contribue, réagit. Se reprend, reformule en s'aidant des propositions du jury. | <ul style="list-style-type: none"> S'engage dans sa parole, réagit de façon pertinente. Prend l'initiative dans l'échange. Exploite judicieusement les éléments fournis par la situation d'interaction. |
| Qualité et construction de l'argumentation | <ul style="list-style-type: none"> Pas de compréhension du sujet. Discours non argumenté et décousu. | <ul style="list-style-type: none"> Début de démonstration mais raisonnement lacunaire. Discours insuffisamment structuré. | <ul style="list-style-type: none"> Démonstration construite et appuyée sur des arguments précis et pertinents. | <ul style="list-style-type: none"> Maîtrise des enjeux du sujet, capacité à conduire et exprimer une argumentation personnelle, bien construite et raisonnée. |

Dans un pays imaginaire, on admet qu'un jour donné soit il fait beau soit il pleut. S'il fait beau un jour, alors il fera beau le jour suivant avec une probabilité égale à 0,5. S'il pleut un jour alors il pleuvra encore le lendemain avec une probabilité de $\frac{2}{3}$.

Aujourd'hui il pleut.

On s'intéresse à la probabilité qu'il fasse beau demain, dans 2 jours, 3 jours ...et dans , jours.

1. Pour $n \geq 1$, on désigne par B_n l'événement : il fait beau dans n jours.
 - (a) Illustrer par un arbre pondéré l'évolution possible de la météo pour demain et après demain.
Donner $P(B_1)$ puis calculer $P(B_2)$.
 - (b) Donner les valeurs de $P_{B_n}(B_{n+1})$ et calculer $P_{\overline{B_n}}(B_{n+1})$.
Prouver que pour tout $n \geq 1$:

$$P(B_{n+1}) = \frac{1}{6}P(B_n) + \frac{1}{3}$$

2. On note (u_n) la suite définie pour tout $n \geq 1$ par $u_n = P(B_n)$.
 - (a) Déterminer la suite constante (u_n) telle que pour tout $n \geq 1$, $u_n = \alpha$ et $u_{n+1} = \frac{1}{6}u_n + \frac{1}{3}$.
 - (b) Pour tout $n \geq 1$ on note (v_n) la suite telle que $v_n = u_n - \alpha$.
 - i. Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
 - ii. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - iii. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ et interpréter le résultat obtenu.