

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Durée : 1 heures / Calculatrice autorisée : **oui**.

Merci d'encadrer vos résultats et d'écrire lisiblement.

Exercice 01 : (2 points)

Simplifier les nombres en les écrivant sous la forme $\alpha \ln 3 + \beta \ln 5$.

1. $A = \ln 75$
2. $B = \ln \left(\frac{25}{27} \right)$

Exercice 02 : (4 points)

Résoudre les équations dans \mathbb{R} :

1. $\ln x = 4$
2. $2 \ln x + 6 = 0$
3. $\ln(6x - 2) + \ln(2x - 1) = \ln x$

Exercice 03 : (4 points)

Dans chaque cas, déterminer le plus petit entier naturel n tel que :

1. $1 - \left(\frac{5}{6} \right)^n > 0,99$
2. $5 \times 1,5^n > 10^3$

Exercice 04 : (5 points)

On note \log_2 la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $\log_2(x) = \frac{\ln x}{\ln 2}$

1. Calculer $\log_2(1)$, $\log_2(2)$ et $\log_2(8)$. Ecrire vos étapes de calcul.
2. Pour $n \in \mathbb{N}$, déterminer $\log_2(2^n)$ et en déduire $\log_2(128)$.
3. Montrer que pour tout $a > 0$ et $b > 0$: $\log_2 \left(\frac{a}{b} \right) = \log_2(a) - \log_2(b)$
4. On note $y = -\log_2(x)$. Déterminer x en fonction de y .
5. Si $y = -\log_2(x)$ et si on divise x par 2, que devient y ?

Exercice 05 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = x^2 + 2x - 1 - 4 \ln x$$

1. Montrer que $f'(x) = \frac{2x^2 + 2x + 2}{x}$.
2. Etudier le signe de f' sur $]0; +\infty[$.
3. Dresser le tableau des variations de f sur $]0; +\infty[$.
4. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2x - 1$. Déterminer le (ou les) point(s) d'intersection entre C_f et C_g .
5. Déterminer la position relative entre C_f et C_g .

Exercice Bonus : (3 points)

On note f la fonction $f : x \mapsto 4 \ln(2x - 1) - 3$.

1. Déterminer D_f .
2. Résoudre $f(x) = 1$.
3. Trouver l'abscisse des points de C_f dont la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x + 1$.