

DS04 (Terminale ES/L)

La qualité et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans la notation. La calculatrice et les brouillons vierges sont autorisés. (Devoir d'une heure)

Exercice 01 (15 points)

Partie I

On note f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto (ax + b)e^{-x}$

1. Déterminer $f'(x)$
2. Déterminer la valeur de a et de b sachant que $f(0) = 2$ et $f'(0) = -1$

Partie II

On note f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto (x + 2)e^{-x}$

1. Déterminer $f'(x)$
2. Déterminer $f''(x)$
3. Démontrer que f est concave sur $]-\infty; 0]$ et convexe sur $[0; +\infty[$ (Justifiez)
4. Déterminer le (ou les) point(s) d'inflexion de f . (Justifiez)
5. Calculer l'équation réduite de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse $a = 0$
6. Dresser le tableau des variations de la fonction f .
7. Donner les coordonnées du (ou des) point(s) de C_f où la tangente est horizontale. (Justifiez)
8. Démontrer que sur $]-\infty; 0]$, l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α et déterminer une valeur approché de α à 0,001 près.
9. Démontrer que sur $[0; +\infty[$ l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution β et déterminer un encadrement de β d'amplitude 0,001.
10. Dresser un tableau des valeurs de $f(x)$ sur $[-2,5; 4]$ avec un pas de 0,5.
11. Tracer la représentation graphique C_f , la tangente (T) et la ou les tangentes horizontales, dans le repère au verso de cette feuille.

Exercice 02 (3 points)

Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \mapsto xe^{-2x}$
2. $g : x \mapsto x^2e^{-x^2}$
3. $h : x \mapsto \frac{e^{x+1}}{x+1}$

Exercice 03 : (2 points)

Déterminer les points d'inflexion de la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f : x \mapsto (x^2 - 2x + 1)e^x$$

