

DS03 (Terminale ES/L)

La qualité et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans la notation. La calculatrice et les brouillons vierges sont autorisés. (Devoir d'une heure)

Exercice 01

Partie I :

On considère la suite v de terme général v_n définie par : $v_{n+1} = 1,005v_n + 30$ et $v_0 = 1000$

1. Calculer v_1 et v_2
2. On considère la suite u de terme général u_n définie par : $u_n = v_n + 6000$
 - a. Calculer u_0
 - b. Démontrer que u est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.
 - c. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .
3. En déduire l'expression de v_n en fonction de n , pour tout $n \in \mathbb{N}$

Partie II :

On place 1000 euros sur un livret qui rapporte 0,5 % par mois à intérêts composés. Chaque fin de mois, on y verse la somme de 30 euros. Ce livret est bloqué pour 5 ans ce qui signifie que, sur cette période, il est donc impossible de retirer de l'argent.

1. Vérifier qu'à la fin du premier mois, la somme présente sur le livret est égale à 1035 euros.
2. Calculer la somme présente sur ce livret au bout d'une année.

Exercice 02

1. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{3^{x+2} - 3^x}{2^3 \times 3^{-x}}$$

2. Factoriser l'expression suivante :

$$B = 5,02^{x+3} - 5,02^{x+1} + 5,02^x$$

3. Simplifier $\frac{f(x+1) - f(x)}{f(x)}$ pour $f(x) = 2 \times 3^x$

4. Démontrer que pour tout x réel :

$$\frac{2^x + 1}{2^{-x} + 1} = 2^x$$

5. Résoudre l'équation :

$$(2 - 2 \times 3^x)(5^x + 1) = 0$$

6. A l'aide de votre calculatrice, déterminer la valeur de l'entier n à partir duquel :

$$3,02^n \geq 293$$

7. Résoudre l'équation :

$$3,2^{2x+1} - 6,4 \times 3,2^x + 3,2 = 0$$

Exercice 03 :

1. Déterminer les fonctions de la forme $x \mapsto q^x$ dont les représentations graphiques sont données ci-dessous.

2. Démontrer que pour tout x réel, on a :

$$f(x) - g(x) = 2^{-2x}(2^{4x} - 1)$$

3. Etudier la position relative entre les deux courbes sur $[0; +\infty[$

