DM06 (Terminale ES/L)

Date :

A rendre pour le **Mercredi 6 Février**.

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$f(x)=(x^2-3x+3)e^x-4$$

1. Etudier les variations de f sur $[0;+\infty[$
2. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution x_0 appartenant à $]1;2[$. Donner une valeur approchée à 10^{-3} de x_0.
3. Déduire des résultats précédents le signe de $f(x)$ sur $[0;+\infty[$.

Partie B

Une entreprise fabrique un produit, en quantité x exprimée en tonnes, sa capacité de production ne pouvant pas dépasser 3 tonnes. Le coût total de fabrication de ce produit, en centaines de milliers d'euros, est donné par :

$$C_T(x)=(x-3)e^x+3x+4$$

Le coût moyen est défini sur$]0;3]$ par la formule : $C_m(x)=\dfrac{C_T(x)}{x}$

1. Montrer que $C_m^{'}(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$
2. En déduire les variations de C_m sur $]0;3]$
3. Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimum ? Quel est le coût moyen minimum (arrondir au millier d'euros d'une tonne de ce produit ?

Partie C

Une tonne de produit fabriqué est vendue 300 000 euros. Toute la production est vendue.

1. <u>Bénéfice</u> :
   a. Le bénéfice algébrique, en centaines de milliers d'euros, réalisé après la fabrication et la vente de x tonnes du produit est noté B(x). Montrer que $B(x)=(3-x)e^x-4$
   b. Etudier le sens de variation de B sur $]0;3]$. Quelle est la production pour laquelle le bénéfice est maximum ?
2. <u>Courbe</u> :
   a. Tracer la courbe représentative de B dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités : 5 cm pour une tonne en abscisse et 2 cm pour 100 000 euros en ordonnée)
   b. A l'aide du graphique, déterminer à 0,1 près les quantités à produire pour que l'entreprise réalise un gain.