Bonnes fêtes DM04 (Terminale ES/L) Bonnes fêtes

Exercice 01

Un QCM contient 5 questions avec pour chacune quatre choix possibles et une seule bonne réponse. Si la réponse est bonne on gagne 1 point, si la réponse est fausse on perd 0,5 points. On considère qu'il n'y a pas d'absence de réponse. En cas de résultat négatif alors la note sera remise à 0.

Un élève s'amuse à répondre au hasard à chacune des questions.

1. Pour chacune des questions, quelle est la probabilité d'obtenir une bonne réponse ? Quelle est la probabilité d'obtenir une mauvaise réponse ?
2. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de bonnes réponses au QCM. On note $P(X=k)$ la probabilité d'obtenir k bonnes réponses avec $0 \leq k \leq 5$
   Compléter le tableau ci-dessous sur votre copie en détaillant les calculs pour chacune des colonnes : (Arrondir à 0.00001 près)

k	0	1	2	3	4	5
Note						
$P(X=k)$						

3. Calculer l'espérance de X. Quelle note moyenne peut-on espérer obtenir en répondant de la sorte ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 1 bonne réponse ?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 4 bonnes réponses ?
6. On décide de changer le barème. Si la réponse est bonne on gagne 1 point, si la réponse est fausse on perd 0,75 points. Quelle note moyenne peut-on espérer obtenir en répondant de la sorte ?
7. On décide de changer le barème. Si la réponse est bonne on gagne 1 point, si la réponse est fausse on perd 0,25 points. Quelle note moyenne peut-on espérer obtenir en répondant de la sorte ?
8. On décide de changer le barème. Si la réponse est bonne on gagne 1 point, si la réponse est fausse on ne perd pas de point. Quelle note moyenne peut-on espérer obtenir en répondant de la sorte ?

Date :

A rendre pour le **Mardi 8 Janvier**.

Rappels :

On considère une expérience aléatoire à deux issues S et $\overline{S}$, de probabilités respectives p et 1-p.

On répète n fois l'expérience de façons indépendantes. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de succès lors de ces n expériences.

On dit alors que X suit **une loi binomiale de paramètres n et p**.

On note $n \in \mathbb{N}^*$ et p un réel dans l'intervalle $[0;1]$

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p. Dans ces conditions, pour tout entier k tel que $0 \leq k \leq n$, **la probabilité d'obtenir k succès parmi n** expériences successives indépendantes est :

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$