Outils 02 : Fonctions trinômes du second degré

Racine d'un trinôme du second degré :

On nomme fonction trinôme du second degré les fonctions polynômes de la forme : $\boxed{f : x \mapsto ax^2 + bx + c,\ a \in \mathbb{R}^*,\ b \in \mathbb{R}\ et\ c \in \mathbb{R}}$

On dit que x est une racine si x est solution de l' équation $f(x) = 0$.

On nomme $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ le discriminant du trinôme.

1. Si $\Delta = 0$, il n'y a qu'une seule racine réelle $\boxed{x_1 = -\dfrac{b}{2a}}$ et la fonctions peut s'écrire sous la forme factorisée et canonique : $\boxed{f(x) = a(x - x_1)^2}$
2. Si $\Delta > 0$, il y a deux racines réelles distinctes
$$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad et \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}$$
la fonction peut s'écrire sous la forme factorisée :
$$\boxed{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$$
et sous la forme canonique :
$$\boxed{f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}}$$
3. Si $\Delta < 0$, il n'y a aucune racine réelle, la fonction ne peut pas se factoriser mais sa forme canonique est :
$$\boxed{f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}}$$

Signe d'un trinôme du second degré :

1. Si $\Delta = 0$ le tableau des signes de $f(x)$ est :

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
$f(x)$		Signe de a	0	Signe de a	

2. Si $\Delta > 0$ le tableau des signes de $f(x)$ est :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		Signe de a	0	Signe de - a	0	Signe de a	

3. Si $\Delta < 0$ le tableau des signes de $f(x)$ est :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		Signe de a	

Courbes

Si a>0 (a<0):

Si $\Delta = 0$,

La courbe est une parabole tournée vers le haut (bas), de sommet le point $S\left(-\dfrac{b}{2a};0\right)$, d'axe de symétrie la droite d'équation $x = -\dfrac{b}{2a}$ et coupe l'axe des ordonnée en $(0;c)$

Si $\Delta > 0$,

La courbe est une parabole tournée vers le haut (bas), de sommet le point $S\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$ et d'axe de symétrie la droite d'équation $x = -\dfrac{b}{2a}$. Elle coupe l'axe des abscisses aux point $(x_1;0)$ et $(x_2;0)$ puis l'axe des ordonnées en $(0;c)$

Si $\Delta < 0$,

La courbe est une parabole tournée vers le haut (bas), de sommet le point $S\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$, d'axe de symétrie la droite d'équation $x = -\dfrac{b}{2a}$ et coupe l'axe des ordonnées en $(0;c)$.