CH 05 : La fonction logarithme népérien TES/TL

I. Fonction logarithme népérien

a. Définition

La fonction logarithme népérien est la fonction de la forme : $\boxed{f : x \mapsto \ln x}$

Son domaine de définition est $D_f =]0;+\infty[$

b. Formules

Pour tout a et b des réels strictement positifs et m entier, on a

- $\boxed{\ln(ab) = \ln a + \ln b}$ ou $\boxed{f(ab) = f(a) + f(b)}$
- $\boxed{-\ln a = \ln\left(\frac{1}{a}\right)}$ et $\boxed{\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b}$
- $\boxed{\ln\left(a^m\right) = m \times \ln a}$ et $\boxed{\ln\sqrt{x} = \frac{1}{2}\ln x}$

c. Propriétés

- $\boxed{f(1) = 0}$ et $\boxed{f(e) = 1}$
- Pour tout $\boxed{x \geq 1 \quad , f(x) \geq 0}$
- Pour tout $\boxed{x \leq 1 \quad , f(x) \leq 0}$
- *f* est **concave** sur $]0;+\infty[$
- $\boxed{\lim_{x \mapsto +\infty} \ln x = +\infty}$ et $\boxed{\lim_{x \mapsto 0} \ln x = -\infty}$
- La fonction f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

d. Courbes

La courbe représentative de la fonction logarithme passe par le point $(e\,;1)$ et (1 ;0) (voir au verso de cette page)

II. Encadrements, équations et inéquations

- Pour tout réels $\boxed{0 < x \leq 1}$ alors $\boxed{\ln x \leq 0}$
- Pour tout réels $\boxed{x \geq 1}$ alors $\boxed{\ln x \geq 0}$
- Pour tous réels x et y de $]0;+\infty[$:

$$\boxed{\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y}$$

- Pour tous réels x et y de $]0;+\infty[$:

$$\boxed{\ln x < \ln y \Leftrightarrow x < y}$$

III. Fonctions de la forme $x \mapsto \ln[u(x)]$

Dérivation

• Si $f : x \mapsto \ln x$ alors f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et

$$\boxed{f'(x) = \frac{1}{x}}$$

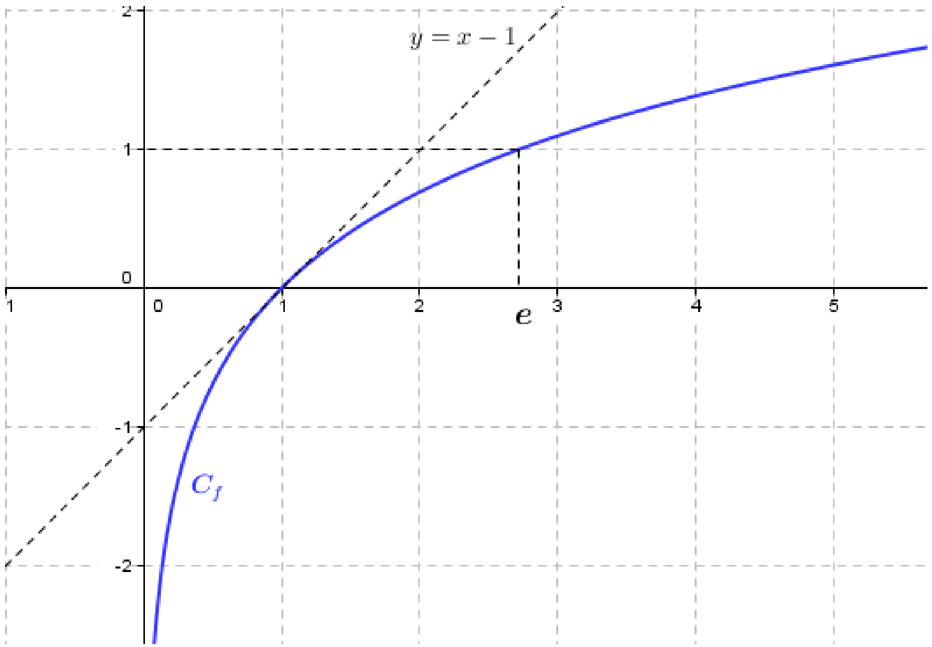
• Si $f : x \mapsto \ln[u(x)]$ alors f est dérivable sur l'ensemble des x tels que $u(x) > 0$ et

$$\boxed{f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}}$$

➢ Courbe de la fonction $f : x \mapsto \ln x$

Voir au verso de cette page

Fonction logarithme népérien



Fonction exponentielle et fonction logarithme népérien