CH05F05 : Etude de fonctions avec logarithme népérien

Exercice 01 :

On note f la fonction définie sur l'ensemble $]0;+\infty[$ par

$$f : x \mapsto x\ln x + 1$$

1. Déterminer $f'(x)$
2. Déterminer les points où la tangente (T) à la courbe est horizontale.
3. Déterminer une équation de (D) la tangente à C_f au point d'abscisse 1.
4. C_f admet-elle des points d'inflexion ?
5. Démontrer que f est convexe sur l'intervalle $]0;+\infty[$
6. Dresser le tableau des variations de f.
7. Tracer C_f, (D) et (T) dans un repère sur l'intervalle]0;4] avec 2 cm représente 1 en abscisse et en ordonnée.

Exercice 02 :

On note f la fonction définie sur l'ensemble des réels non nuls par

$$f : x \mapsto \ln(x^2)$$

1. Déterminer $f'(x)$ puis $f''(x)$
2. Déterminer une équation de (D) la tangente à C_f au point d'abscisse 2.
3. Démontrer que f est concave.
4. Tracer C_f sur votre calculatrice en adaptant les dimensions de la fenêtre.
5. Déterminer une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x)=1$ à l'aide du graphique précédent.
6. Déterminer une valeur exacte des solutions de l'équation $f(x)=1$ par le calcul.

Exercice 03 :

On note f la fonction définie sur l'ensemble $]0;+\infty[$ par

$$f : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$$

1. Déterminer $f'(x)$ puis $f''(x)$
2. Déterminer les points où la tangente (T) à la courbe est horizontale.
3. Déterminer une équation de (D_1) la tangente à C_f au point d'abscisse $a = e^{\frac{3}{2}}$.
4. Montrer que la courbe de f admet un point d'inflexion.
5. Démontrer que f est convexe sur l'intervalle $[a;+\infty[$.
6. Démontrer que f est concave sur l'intervalle $]0;a]$.
7. Déterminer $\lim\limits_{x\mapsto 0} f(x)$
8. Dresser le tableau des variations de la fonction f sur]0;10].
9. Dresser un tableau de valeurs de $f(x)$ sur l'intervalle]0;10] avec un pas de 0,5.
10. Tracer C_f, (D_1) et (T) dans un repère sur l'intervalle]0;10] avec 1 cm représente 1 en abscisse puis 10 cm représente 0.5 en ordonnée.
11. Déterminer un encadrement à 10^{-3} près des solutions de l'équation $f(x)=0.01$ à l'aide de votre calculatrice.
12. Retrouver le résultat précédent à l'aide de la représentation graphique.

Evaluation

CH04AF05-05			
AA	A	EA	NA

Formules

Equation de la tangente à C_f au point d'abscisse a :

$$y = f'(a)(x-a)+f(a)$$

Rappels

Le point A d'abscisse a est un **point d'inflexion** si et seulement si $f''(a)=0$ et f'' change de signe en a.

La fonction est **convexe** sur I si et seulement si $f''(x)$ est positive sur I

La fonction est **concave** sur I si et seulement si $f''(x)$ est négative sur I