CH05F04 : Calculs de fonction dérivée avec logarithmes

Exercice 01 :
Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \mapsto 2\ln x - 1$
2. $f : x \mapsto x\ln x - x$
3. $f : x \mapsto (x+1)\ln x$
4. $f : x \mapsto \ln(3x+4)$
5. $f : x \mapsto \ln(2-3x)$
6. $f : x \mapsto x^2 \ln x^2 - x^2$
7. $f : x \mapsto (\ln x)^2$
8. $f : x \mapsto \ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

Exercice 02 :
Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous : (Niveau BAC)

1. $f : x \mapsto 18\ln x - x^2 + 16x - 15$
2. $f : x \mapsto 2x - x\ln x$
3. $f : x \mapsto 4\ln(3x+1) - x + 3$
4. $f : x \mapsto \dfrac{x^2}{2} + 4\ln x + 56$
5. $f : x \mapsto (10x+10)\ln(x+1) - 10x$
6. $f : x \mapsto -x^2 - x + 4 + \ln(x+1)$
7. $f : x \mapsto \ln(-2x+3) + 2x$
8. $f : x \mapsto \ln[(x+2)(3-x)]$

Exercice 03 :
On note f et g les fonctions définies par
$f : x \mapsto \ln(e^x) + 3$ et $g : x \mapsto x - 5$

1. Déterminer D_f puis D_g
2. Calculer $f'(x)$ et $g'(x)$
3. Que peut-on en conclure sur f et g ?
4. Trouver $f(x)$ en fonction de $g(x)$

Exercice 04 :
On note *f* la fonction définie par $f(x) = (ax+b)\ln x$ avec a et b réels.

1. Montrer que
$$f'(x) = a\ln x + \frac{ax+b}{x}$$
2. Sachant que
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$
et
$$f'(1) = 1$$
Trouver la valeur de *a* et de *b*.

Exercice 05 :
On note *f* la fonction définie par
$$f : x \mapsto (x+3)\ln(x+3)$$
1. Déterminer le domaine de définition de *f*
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre C_f et l'axe des abscisses.
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre C_f et l'axe des ordonnées.
4. Montrer que *f* est convexe sur son ensemble de définition.
5. Dresser le tableau des variations de la fonction *f* sur]-3 ;0]. On cherchera avec sa calculatrice la limite de $f(x)$ lorsque *x* se rapproche de -3.
6. Donner une valeur approchée à 0.001 près du minimum de *f* sur] -3 ;0] et en quelle valeur il est atteint.
7. Tracer la courbe de la fonction *f* sur]-3 ;0] dans un repère orthonormé.

Evaluation

CH04AF04			
AA	A	EA	NA

Formules

$\boxed{f : x \mapsto \ln x}$

Pour tout réel strictement supérieur à 0, alors f est dérivable en x et

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

Pour tout réel tel que $u(x) > 0$ alors la fonction

$\boxed{f : x \mapsto \ln[u(x)]}$

existe et est dérivable en x avec

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$