# CH 03 : Les fonctions exponentielles TES/TL

## I. Fonction exponentielles de base $q$ ($x \mapsto q^x$)

**a. Définition**

Les fonctions exponentielles de base $q$ avec $q>0$ sont les fonctions de la forme : $\boxed{f : x \mapsto q^x}$

**b. Formules**

Pour tout x et y des réels et m entier, on a

- $\boxed{q^x \times q^y = q^{x+y}}$ ou $\boxed{f(x) \times f(y) = f(x+y)}$
- $\boxed{q^{-x} = \frac{1}{q^x}}$ et $\boxed{\frac{q^x}{q^y} = q^{x+opp(y)}}$
- $\boxed{q^{mx} = (q^x)^m}$

**c. Propriétés**

- Si **0<q<1** alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$, $\boxed{\lim_{x \mapsto +\infty} q^x = 0}$ et $\boxed{\lim_{x \mapsto -\infty} q^x = +\infty}$
- Si **q>1** alors f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, $\boxed{\lim_{x \mapsto +\infty} q^x = +\infty}$ et $\boxed{\lim_{x \mapsto -\infty} q^x = 0}$
- F est **convexe** sur $\mathbb{R}$

**d. Courbes :**

La courbe représentative de la fonction exponentielle de base q passe par le point $(1;q)$ (voir verso de cette feuille)

## II. Fonction exponentielle de base e ($x \mapsto e^x$)

**a. Définition**

La fonction exponentielle est la seule fonction exponentielle de base q telle que la tangente à f au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1. On note e la seule valeur de q telle que f'(0)=1. E est environ égal à 2,718

On notera : $f : x \mapsto e^x$ ou $f : x \mapsto \exp(x)$ cette fonction.

b. **Formules :** Mêmes qu'au I. en remplaçant $q$ par $e$

**c. Propriétés**

- $\boxed{f'(0) = 1}$
- Pour tout $\boxed{x \in \mathbb{R}, f(x) > 0}$
- F est **convexe** sur $\mathbb{R}$
- $\boxed{\lim_{x \mapsto +\infty} e^x = +\infty}$ et $\boxed{\lim_{x \mapsto -\infty} e^x = 0}$

**d. Courbes**

La courbe représentative de la fonction exponentielle passe par le point $(1;e)$ (voir verso de cette feuille)

## III. Encadrements, équations et inéquations

- Pour tout réels $\boxed{x \leq 0}$ alors $\boxed{0 < e^x \leq 1}$
- Pour tout réels $\boxed{x \geq 0}$ alors $\boxed{e^x \geq 1}$
- Pour tous réels $x$ et $y$ : $\boxed{e^x = e^y \Leftrightarrow x = y}$
- Pour tous réels $x$ et $y$ : $\boxed{e^x < e^y \Leftrightarrow x < y}$

## IV. Fonctions de la forme $x \mapsto e^{u(x)}$

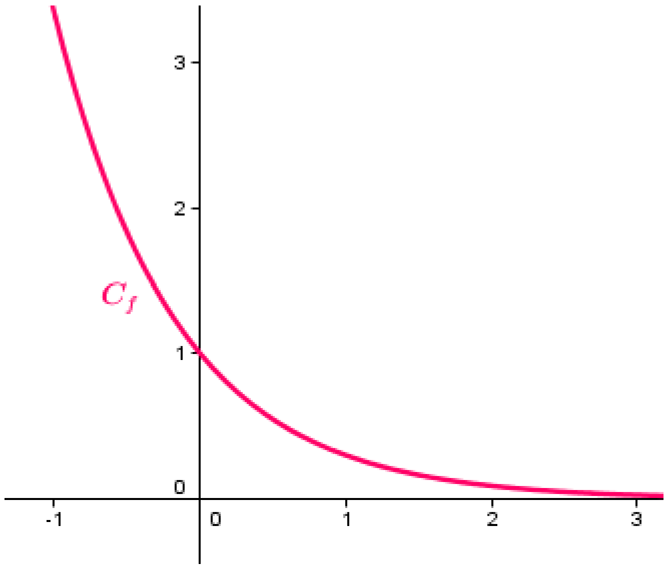
a. Dérivation

- Si $f : x \mapsto e^x$ alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\boxed{f'(x) = e^x}$
- Si $f : x \mapsto e^{u(x)}$ alors f est dérivable sur l'ensemble de dérivabilité de $u$ et $\boxed{f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}}$

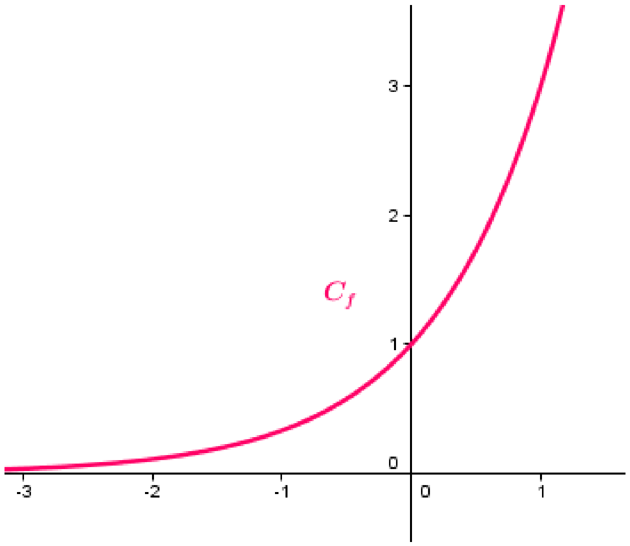
b. Etude de fonction

- Les fonctions u et $e^u$ ont le même sens de variation.

- Courbe des fonctions $f : x \mapsto q^x \quad (0 < q < 1)$




- Courbe des fonctions $f : x \mapsto q^x \quad (q > 1)$




- Courbe des fonctions $f : x \mapsto e^x$