

CH03F04 : Fonctions dérivées de fonctions exponentielles

Exercice 01 :

Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous :

- $f : x \mapsto 2e^x + 3$
- $f : x \mapsto (2x+3)e^x$
- $f : x \mapsto (e^x - 1)(3 + e^x)$
- $f : x \mapsto xe^x$
- $f : x \mapsto \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$
- $f : x \mapsto 3e^{-x} + 2e^x - x + 1$
- $f : x \mapsto \frac{e^x}{1 - e^{-x}}$

Exercice 02 :

Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous : (Niveau BAC)

- $f : x \mapsto (200x - 300)e^{-x-1} + 10$
- $f : x \mapsto xe^x - e^x - 8$
- $f : x \mapsto (x+2)e^{-x}$
- $f : x \mapsto \frac{3x+0,3}{e^x} - 1,3$
- $g : q \mapsto 10 + 0,25q^2 + 4qe^{1-0,25q}$
- $h : t \mapsto 2t + 1 + \frac{e^t}{e^t - 1}$

Exercice 03 :

Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous : (Niveau BAC)

- $f : x \mapsto 3e^{\frac{x}{2}}$
- $f : x \mapsto x^2 e^{\frac{1}{x}}$
- $f : x \mapsto (2x+3)e^{2x+3}$
- $f : x \mapsto \frac{1 - e^{2x}}{e^{1-x}}$
- $f : x \mapsto (1+x)e^{\frac{1+x}{1-x}}$
- $f : x \mapsto (x^2 + 2x + 1)e^{-x^2}$

Exercice 04 :

On note f la fonction définie par $f(x) = (ax + b)e^{-x}$ avec a et b réels.

- Montrer que $f'(x) = (a - b - ax)e^{-x}$
- Sachant que $f(0) = 1$ et $f'(0) = 3$, trouver a et b .

Exercice 05 :

On note g la fonction définie par

$$g(x) = \frac{a}{e^{bx} + 1} \text{ avec } a \text{ et } b \text{ réels.}$$

- Montrer que $g'(x) = -\frac{abe^{bx}}{(e^{bx} + 1)^2}$
- Sachant que $g(0) = 7$ et $g'(0) = -2,45$, trouver a et b .

Exercice 06 :

On considère les fonctions f , g et h définies et dérivables pour tout nombre réel x de l'intervalle $[4 ; 6]$ par :

$$f : x \mapsto 100(e^x - 45)$$

$$g : x \mapsto 10^6 e^{-x}$$

$$h : x \mapsto g(x) - f(x)$$

- Démontrer que la fonction h est strictement décroissante sur l'intervalle $[4 ; 6]$
- Dresser le tableau des variations de la fonction h .
- Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[4 ; 6]$
- A l'aide de votre calculatrice, dresser un tableau de valeur de la fonction h entre 4 et 6 avec un pas de 0,2.
- Représenter la fonction h dans un repère. (1cm pour 0,2 en abscisse et 1cm pour 4000 en ordonnée)
- Placer α sur ce graphique et en donner un encadrement d'amplitude 0,1.

Evaluation

CH03F01-06

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

Formules

$$e^x \times e^y = e^{x+y}$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x+opp(y)}$$

$$e^{mx} = (e^x)^m$$

$$e^0 = 1$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = e^{u(x)}$$

$$\Rightarrow f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$$

Rappels

Pour tout x et y réels

$$e^x > 0$$

$$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$

$$e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$$

$$e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$$

$$a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$