

CH03F03 : Expressions et équations contenant exp(x)

Evaluation

CH03F01-04

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

CH03F01-05

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

Formules

$$e^x \times e^y = e^{x+y}$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x+opp(y)}$$

$$e^{mx} = (e^x)^m$$

$$e^0 = 1$$

Rappels

Pour tout x et y réels

$$e^x > 0$$

$$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$

$$e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$$

$$e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$$

$$a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

Exercice 01 :

Simplifier les expressions suivantes

$$A = e^{-3} \times (e^5)^2 \times e^0$$

$$B = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$$

$$C = (1 - e^{1,5})(1 + e^{1,5})$$

$$D = \frac{x + e^{-x}}{e^{-x}}$$

$$E = \frac{e^{2x+3} - e^{2x}}{e^{x+1} - e^{x+4}}$$

$$F = \frac{((e^{-1x})^3 \times e^{x+5})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{e^5}}$$

$$G = 1 + e^x + e^{2x} + \dots + e^{(n-1)x}$$

Exercice 06 :

Résoudre les équations suivantes :

$$\bullet \quad 3e^x(1 - e^x)(1 + e^x) = 0$$

$$\bullet \quad e^{x(x+1)} = \frac{1}{e^{x-3}}$$

$$\bullet \quad \frac{5e^x + 3}{1 + e^x} = 4$$

$$\bullet \quad e^{2x} = e^x$$

$$\bullet \quad \frac{e^x - 1}{3x + 5} = 0$$

$$\bullet \quad \frac{2e^x + 4}{e^x + 5} = 1$$

Exercice 02 :

On note f la fonction définie par

$$f : x \mapsto \frac{1 + e^x}{1 + e^{-x}}$$

Démontrer que pour tout x réel, on a

$$f(-x) = e^{-2x} f(x)$$

Exercices 07 :

Résoudre les équations ci-dessous. (On pourra faire un changement de variable $y = e^x$)

$$\bullet \quad e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$$

$$\bullet \quad 2e^{2x} - e^x - 1 = 0$$

$$\bullet \quad e^{3x} + 4e^{2x} - 5e^x = 0$$

$$\bullet \quad 1 + 2e^{-x} - 3e^{-2x} = 0$$

Exercice 03 :

On note f la fonction définie par

$$f : x \mapsto \frac{1 - e^{2x}}{e^x}$$

Démontrer que pour tout x réel, on a

$$f(-x) = -f(x)$$

Exercice 08 :

Déterminer le signe ou le tableau des signes des expressions :

$$\bullet \quad (e^{0,7} - e^{0,2})(e^{1,7} - e^{1,2})$$

$$\bullet \quad -3(e^x - 1)(e^x + 2)$$

$$\bullet \quad \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + e^x}$$

$$\bullet \quad -2(3 - x)e^x(1 - e^x)$$

Exercice 04 :

On note f la fonction définie par

$$f : x \mapsto \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}}$$

Démontrer que pour tout x réel, on a

$$f(x)f(-x) = -1$$

Exercice 05 :

Simplifier

$$A = \frac{e^{x+y-1} - \sqrt{e^{2x-2}}}{\left(e^{\frac{x-1}{2}}\right)^2 + e^{y-1} \times e^x}$$

Exercice 09 : x est un réel

$$A = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{et} \quad B = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Démontrer que $A^2 - B^2 = 1$