CH 02 : Les suites — TES/TL

I. Les suites arithmétiques (Rappels)

a. Définition

Une suite arithmétique u_n est telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors $\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$ avec $r \in \mathbb{R}$

b. Formules

Si on note u_p un des premiers termes de la suite alors pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $\boxed{u_n = u_p + (n-p)r}$

c. Propriétés

- Si $\boldsymbol{r=0}$ alors la suite est constante et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0}$
- Si **r>0** alors la suite est croissante et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty}$
- Si **r<0** alors la suite est décroissante et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty}$

II. Les suites géométriques

a. Définition

Une suite géométrique u_n est telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors $\boxed{u_{n+1} = q \times u_n}$ avec $q \in \mathbb{R}$

b. Formules

Si on note u_p un des premiers termes de la suite alors pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $\boxed{u_n = u_p \times q^{n-p}}$

c. Propriétés

- Si $\boldsymbol{q=0}$ alors la suite est constante à partir du rang 1 et pour tout $n \geq 1$ alors $\boxed{u_n = 0}$
- Si $\boldsymbol{q=1}$ alors la suite est **constante** et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0}$
- Si $\boldsymbol{0<q<1}$ et $u_0 > 0$ alors la suite est **décroissante** et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0}$
- Si **q>1** et $u_0 > 0$ alors la suite est **croissante** et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty}$

d. Sommes des premiers termes

$$\boxed{1 + q^1 + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$$

$$\boxed{u_p + u_{p+1} + \ldots + u_n = u_p \times \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}}$$

III. Opérations sur les limites des suites

- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a \in \mathbb{R}}$ et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = b \in \mathbb{R}}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n = a + b}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a \in \mathbb{R}}$ et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n = +\infty}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a \in \mathbb{R}}$ et $\boxed{\lambda \in \mathbb{R}}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} \lambda u_n = \lambda a}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty(-\infty)}$ et $\boxed{\lambda > 0}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} \lambda u_n = +\infty(-\infty)}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty(-\infty)}$ et $\boxed{\lambda < 0}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} \lambda u_n = -\infty(+\infty)}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a \in \mathbb{R}}$ et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = b \in \mathbb{R}}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n = a \times b}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a \in \mathbb{R}^+}$ et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty(-\infty)}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n = +\infty(-\infty)}$
- Si $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a \in \mathbb{R}^-}$ et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty(-\infty)}$ alors $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n = -\infty(+\infty)}$