

**La calculatrice est autorisée pour ce devoir.****Exercice 1 :** ( 14 pts )

Lors de sa création au 1<sup>er</sup> janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents. À la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.

Pour tout nombre entier naturel  $n$ , on appelle  $a_n$  le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines,  $n$  années après la création du club.

On a donc  $a_0 = 3$ .

On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes.

Ainsi, pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$ .

**Partie A** Étude graphique de la suite  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 

Dans le repère donné en ANNEXE, à rendre avec la copie, on a représenté la droite  $D$  d'équation  $y = 0,75x + 1,2$  et la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$  pour les abscisses comprises entre 0 et 6.

1. Placer  $a_0$  sur l'axe des abscisses et, en utilisant les droites  $D$  et  $\Delta$ , placer sur l'axe des abscisses les valeurs  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  et  $a_4$  (laisser apparents les traits de construction).
2. Quelle semble être la limite de la suite  $a_n$  ?

**Partie B** Étude numérique de la suite  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_n = a_n - 4,8$  pour tout nombre entier naturel  $n$ .

1. (a) Calculer  $u_0$   
(b) Démontrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison 0,75.  
(c) En déduire que, pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $a_n = 4,8 - 1,8 \times (0,75)^n$ .  
(d) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n)$ .
2. Si l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit selon ce modèle, le club peut-il avoir 500 adhérents durant une année ? Pourquoi ?

**Exercice 2 :** ( 6 pts )

1. Étudier les variations de la suite définie par  $u_0 = 5$  et  $u_{n+1} = u_n - 2$
2. Étudier les variations de la suite définie par  $u_n = n^2 - 6n + 1$
3. Étudier les variations de la suite définie par  $u_n = \frac{1-n}{n+2}$