

# ÉNONCÉ DES EXERCICES

## 1. Comprendre et appliquer le cours

### EXERCICE 1

---

Développer les expressions littérales ci-dessous :

1)  $A(x) = (x-1)(3-x) - (2x+3)(5-x)$

2)  $B(x) = (2x+3)^2 + (x-5)^2$

3)  $C(x) = (x+3)(x-3) - x(2x-7)$

4)  $D(x) = (x-2)(x^2+2x+4)$

5)  $E(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

6)  $F(x) = \frac{1}{5}(3x-1)^2 - \frac{4}{5}$

### EXERCICE 2

---

Simplifier les expressions ci-dessous :

1)  $A = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1$

2)  $B = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2$

### EXERCICE 3

---

Démontrer les égalités ci-dessous :

1) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $6x^2 + 3x - 9 = 3(x-1)(2x+3)$

2) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $(x+5)(x-3) = (x+1)^2 - 16$

3) Pour tout  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ ,  $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$

4) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $(x-2)(x+3)(x-1) = x^3 - 7x + 6$

5) Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ ,  $\frac{2x}{x-1} - \frac{3x}{x+1} = \frac{5x-x^2}{x^2-1}$

## EXERCICE 4

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on note  $A(x) = 4x^2 - 3x + 1$

- 1) Exprimer  $A(x+1)$  en fonction de  $x$ .
- 2) Exprimer  $A(x-1)$  en fonction de  $x$ .
- 3) Exprimer  $A(x+1) - A(x)$  en fonction de  $x$ .

## EXERCICE 5

Factoriser les expressions suivantes :

- 1)  $A = 15x^3 + 10x^2 + 5x$
- 2)  $B = (2x - 5)^2 + 3(2x - 5)$
- 3)  $C = (3x - 5)^2 + 3x - 5$
- 4)  $D = 14x^4 y^6 - 21x^5 y^2 + 49x^3 y^2$
- 5)  $E = (2x + 3)(x - 3) - (x - 3)(2 - x)$

## EXERCICE 6

Factoriser les expressions suivantes :

- 1)  $A = x^2 + 6x + 9$
- 2)  $B = 16x^2 - 8\sqrt{3}x + 3$
- 3)  $C = 36x^2 - 9$
- 4)  $D = x^2 - 3$
- 5)  $E = (4x + 1)^2 - 25$
- 6)  $F = 49 - (6x - 1)^2$
- 7)  $G = (9x + 1)^2 - (4x - 5)^2$
- 8)  $H = x^2 - (2x + 1)^2$

## EXERCICE 7

Factoriser les expressions suivantes :

- 1)  $A = (3x - 1)(3 - x) - 4x(x - 3)$
- 2)  $B = (4x - 8)(1 - 2x) - (9x - 18)(5 - x)$
- 3)  $C = (3x - 4)(4x + 1) + 9x^2 - 16$
- 4)  $D = 25x^2 - 36 + (5x - 1)(6 - 5x)$
- 5)  $E = (2x\sqrt{2} - 3)(3x - 2\sqrt{2}) - 8x^2 + 9$

## EXERCICE 8

Transformer les expressions pour obtenir une expression rationnelle.

$$A = 3 - \frac{1}{x}$$

$$B = \frac{4}{x} - \frac{5}{x+1}$$

$$C = \frac{4x}{x^2 - 1} - \frac{3x}{x - 1}$$

$$D = \frac{4}{(x+1)^2} - 1$$

## EXERCICE 9

On note  $f(x) = (x + 3)^2 - 25$

- 1) Développer  $f(x)$ .
- 2) Factoriser  $f(x)$ .
- 3) Calculer, En choisissant la bonne expression,  $f(0)$ .
- 3) Calculer, En choisissant la bonne expression,  $f(2\sqrt{3})$ .
- 3) Calculer, En choisissant la bonne expression,  $f(-3)$ .
- 3) Calculer, En choisissant la bonne expression,  $f(-8)$ .

## 2. Exercices d'approfondissement

### EXERCICE 10

Développer les expressions suivantes :

$$\begin{array}{lll} A = (x - y + 3)^2 & B = (x - 3)^3 & C = (2x + 3y - z)^2 \\ D = (3x - 5)^3 & E = (x + 1)^3 & F = (x - 2)^3 - (x + 1)^3 \end{array}$$

### EXERCICE 11

On nomme  $h$  un nombre réel différent de 0 et pour  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = (x - 2)^2 + 3$$

Exprimer  $\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$  en fonction de  $h$ .

### EXERCICE 12

On nomme  $h$  un nombre réel différent de 0 et pour  $x \in \mathbb{R}^*$ ,

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x}$$

Exprimer  $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$  en fonction de  $h$ .

### EXERCICE 13

On nomme  $\alpha$  un nombre réel strictement positif qui vérifie  $2\alpha^2 = 2\alpha + 3$

- 1) Montrer que  $2\alpha^3 = 5\alpha + 3$ .

2) Montrer que  $2\alpha^4 = 8\alpha + \frac{15}{2}$ .

3) Montrer que  $3\alpha^{-1} = 2\alpha - 2$ .

## EXERCICE 14

On note  $P(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x + 3$

1) Vérifier que pour tout réel  $x$ ,  $(x-1)(x+1) = P(x+1) - P(x)$ .

2) En utilisant la question 1), déterminer simplement le résultat de :

$$S_6 = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 7 + 6 \times 8$$
$$S_7 = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 7 + 6 \times 8 + 7 \times 9$$

3) En déduire une méthode simple pour calculer :

$$S_{98} = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + 97 \times 99 + 98 \times 100$$

## EXERCICE 15

Simplifier les quotients suivants :

$$A = \frac{4x-8}{10-6x}$$

$$B = \frac{5x^2-25}{5x-5\sqrt{5}}$$

$$C = \frac{4x^2-9}{4x+6}$$

$$D = \frac{(x-3)(x+7)}{x^2-9}$$

$$E = \frac{10-2x}{x^2-25}$$

$$F = \frac{2+\sqrt{20}}{2}$$

$$G = \frac{10-2\sqrt{50}}{-2}$$

$$H = \frac{3\sqrt{4}+\sqrt{45}}{3}$$

## EXERCICE 16

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on note  $f(x) = x^2 - 2x + 6$ .

1) Si  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ , factoriser  $f(a) - f(b)$ .

2) Si  $1 \leq a < b$ , déterminer le signe de  $f(a) - f(b)$ .

3) Si  $a < b \leq 1$ , déterminer le signe de  $f(a) - f(b)$ .

## EXERCICE 17

Simplifier  $A = \sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}$ .

## EXERCICE 18

1) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 + 6x = (x+3)^2 - 9$ .

- 2) En déduire une factorisation de  $A = x^2 + 6x + 5$ .  
3) En déduire une factorisation de  $B = x^2 + 6x - 7$ .

### EXERCICE 19

---

Démontrer les égalités suivantes :

1) Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $(x-1)^2 - 25 = (x+4)(x-6)$ .

2) Pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ ,  $\frac{(1-x)(1+x)}{x} = \frac{1}{x} - x$ .

3) Pour tout  $a \in \mathbb{R}^*$ ,  $b \in \mathbb{R}$  tels que  $b^2 - 4ac > 0$ ,

$$a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a \left( x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left( x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

## 3. Exercices de programmation

### EXERCICE 20

---

▣ On note  $f : x \mapsto x^2 + x$

Construire une fonction python, qui prend en entrée un nombre réel  $A > 0$  puis qui retourne la plus petite valeur entière positive de  $x$  pour laquelle  $f(x) \geq A$ .

### EXERCICE 21

---

▣ On note  $f : x \mapsto 300 - 100 \times (1,6)^x$

Construire une fonction python, qui prend en entrée un nombre réel  $A < 0$  puis qui retourne la plus petite valeur entière positive de  $x$  pour laquelle  $f(x) < A$ .