

# ÉNONCÉ DES EXERCICES

## 1. Comprendre et appliquer le cours

### EXERCICE 1

On note  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$  un repère orthonormé et les points  $A(-1; -1)$ ,  $B(1; 3)$  et  $C(5; 1)$ .

- 1) Quelle est la nature du triangle  $ABC$ ?
- 2) On note  $K$  le milieu de  $[AC]$ . Calculer les coordonnées de  $K$ .
- 3) On note  $D$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $K$ . Calculer les coordonnées de  $D$ .
- 4) Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$ ?
- 5) Déterminer les coordonnées de  $E$  pour que  $BKCE$  soit un parallélogramme.

### EXERCICE 2

$(O, \vec{i}, \vec{j})$  est un repère orthonormé.

On note  $A(-5; 4)$ ,  $B(-3; -5)$  et  $C(1; -1)$

- 1) Calculer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$ .
- 2) Calculer  $\|\vec{AB}\|$ .
- 3) Déterminer les coordonnées de  $J$  sachant que  $\vec{AJ} = \vec{JC}$ .
- 4) Trouver les coordonnées de  $I$  sachant que  $ACIB$  est un parallélogramme.
- 5) Trouver les coordonnées de  $M$  sachant que  $\vec{AM} = 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 5(4\vec{i} - \vec{j})$ .
- 6)  $\vec{u} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$  et  $\vec{v} = 9\vec{i} - 12\vec{j}$  sont-ils colinéaires?

### EXERCICE 3

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  trois points distincts du plan.

On note  $D$  et  $E$  deux points tels que

$$\vec{DA} - 3\vec{DC} = \vec{0} \text{ et } \vec{BE} = \vec{BA} + \vec{BD}$$

- 1) Démontrer que  $AEDB$  est un parallélogramme.
- 2) Démontrer que pour tout point  $M$  du plan,  $\vec{MA} - 3\vec{MC} = -2\vec{MD}$ .
- 3) Déterminer l'ensemble des points  $M$  du plan vérifiant  $\|\vec{MA} - 3\vec{MC}\| = 8$ .
- 4) Si  $O$  est le centre du parallélogramme, démontrer que  $\vec{AB} + \vec{AE} = 2\vec{AO}$ .

### EXERCICE 4

Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont-ils alignés?

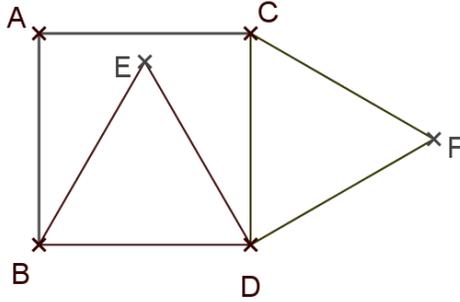
- 1)  $A(1; 5)$ ,  $B(-2; -1)$  et  $C(0; 2)$

2)  $A(2;0)$ ,  $B(4;1)$  et  $C(-2;-2)$

3)  $A(\sqrt{3};\sqrt{3})$ ,  $B(-\sqrt{3};-3\sqrt{3})$  et  $C(0;-\sqrt{3})$

### EXERCICE 5

$ABDC$  est un carré,  $BDE$  et  $CDF$  sont des triangles équilatéraux.  
Démontrer que  $A$ ,  $E$ , et  $F$  sont alignés.



## 2. Exercices d'approfondissement

### EXERCICE 6

$(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$  est un repère orthonormé. Soient  $A(5;-2)$ ,  $B(8;2)$ ,  $C(-3;4)$ .

On note  $M$  un point de  $[AC]$  tel que  $AM = x$ , où  $x \in \mathbb{R}^+$ .

On note  $N$  un point de  $[BC]$  et  $P$  un point de  $[AB]$  tels que  $MNPA$  soit un rectangle.

On note enfin  $f : x \mapsto \text{Aire}_{MNPA}$ .

Déterminer la position de  $M$  pour que l'aire de  $MNPA$  soit maximale.

### EXERCICE 7

$(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$  est un repère orthonormé. Soient  $A(2;3)$ ,  $B(5;0)$ ,  $C(-2;-1)$  et  $D(1;-4)$ .

On note  $E$  un point de  $[AC]$ ,  $H$  un point de  $[AB]$  tels que  $AE = HB = x$ , où  $x \in \mathbb{R}^+$ .

On note enfin  $f : x \mapsto \text{Aire}_{DEH}$ .

Déterminer la position de  $E$  et de  $H$  pour que l'aire de  $DEH$  soit minimale.

### EXERCICE 8

$(O, \vec{i}, \vec{j})$  est un repère orthonormé.  $u = x\vec{i} + y\vec{j}$  et  $v = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ , où  $x, y, x'$  et  $y'$  sont des réels. On définit une nouvelle opération sur les vecteurs :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x \times x' + y \times y'$$

- 1) Calculer  $\vec{i} \cdot \vec{j}$ .
- 2) Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{u}$ .
- 3) On note  $\vec{u}_1 = a \vec{i} + b \vec{j}$ , où  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}^*$ . Déterminer les coordonnées d'un vecteur  $\vec{v}_1$  tel que  $\vec{u}_1 \cdot \vec{v}_1 = 0$ .
- 4) Démontrer que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ .
- 5) Démontrer que si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont à supports perpendiculaires alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .
- 6) Démontrer la réciproque de l'affirmation précédente.
- 7) On dira que deux vecteurs sont orthogonaux s'ils sont à supports perpendiculaires. Déterminer les coordonnées d'un vecteur orthogonal au vecteur  $\vec{u} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j}$ .

### 3. Exercices de programmation

#### EXERCICE 9

☞ Construire un programme, puis une fonction python, qui prennent en entrée trois nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  puis qui testent si le triangle est rectangle ou pas.

#### EXERCICE 10

☞ Construire un programme qui prend en entrée les coordonnées de deux points  $A$  et  $B$  puis qui affiche la distance  $AB$  puis les coordonnées du milieu de  $[AB]$ .

#### EXERCICE 11

- 1) ☞ Construire un programme, puis une fonction python, qui prennent en entrée les coordonnées de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  puis qui affichent le déterminant des deux vecteurs.
- 2) ☞ Construire une algorithmme, puis une fonction python, qui prennent en entrée les coordonnées de trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  puis qui affichent si les points sont ou ne sont pas alignés.