Énoncé des Exercices

1. Comprendre et appliquer le cours

Exercice 1

Placer sur la droite des réels, les points ci-dessous :

$$A(-2) \qquad B(+2) \qquad C(-1,5)$$

$$D(-2,75) \qquad E\left(\frac{4}{5}\right) \qquad F\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$G\left(2\sqrt{2}\right) \qquad I\left(\sqrt{5}\right)$$

Exercice 2

Dire, en le justifiant, si les nombres sont dans $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$,$\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$.

$$A = 1 + \frac{2}{3} \qquad B = \frac{6\pi}{3} - 3\pi \qquad C = \frac{5\sqrt{3} - 7\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$D = 6,5 - \frac{7}{2} \qquad E = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad F = 3\sqrt{3} - \sqrt{27}$$

$$G = \left(\sqrt{3} - 2\right)\left(\sqrt{3} + 2\right) \qquad H = \frac{\frac{1}{2} - 3}{\frac{1}{2} + 3} \qquad I = \frac{1}{4} \times \left[\left(1 + \sqrt{5}\right)^2 - \left(1 - \sqrt{5}\right)^2\right]$$

Exercice 3

Traduire les ensembles suivants à l'aide d'intervalles de $\mathbb{R}$:

$$A = \mathbb{R} \qquad B = \mathbb{R}^* \qquad C = \mathbb{R} \setminus \{3\} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3;3\}$$
$$E = \mathbb{R}^+ \qquad F = \mathbb{R}^- \qquad G = \mathbb{R}^{+*} \qquad H = \mathbb{R}^{-*}$$
$$I = \mathbb{R} \setminus]-\infty;5] \qquad J = \mathbb{R} \setminus]3;+\infty[\qquad K = \mathbb{R} \setminus]-\infty;-2[\qquad L = \mathbb{R} \setminus [-2;3[$$

Exercice 4

Traduire, les inégalités ci-dessous par des intervalles de $\mathbb{R}$:

1) $x > 0$ 2) $x \geq 0$ 3) $x < 0$ 4) $x \leq 0$

5) $x > 3$ 6) $x + 2 \leq 0$ 7) $\frac{1}{x} > 0$ 8) $-\frac{1}{x} > 0$

9) $x^2 > 0$ 10) $x^2 > 3$ 11) $x^2 \leq 25$ 12) $x^2 + 1 < 0$

Exercice 5

Déterminer les ensembles ci-dessous :

1) $x \in [2;5] \cap [3;6[$ 2) $x \in]-\infty;3] \cap [-7;10]$
3) $x \in]-2;0] \cap [4;5]$ 4) $x \in [-5;2] \cup [0;5]$
5) $x \in [-2;1] \cap [-5;0] \cap [-1;2]$ 6) $x \in]-\infty;0] \cup [0;+\infty[$
7) $x \in]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ 8) $x \in]-\infty;-1] \cap [0;+\infty[$

Exercice 6

Déterminer une valeur approchée par excès à 10^{-3} près, une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près, une troncature à 2 décimales, un arrondi à 10^{-4} et les ordres de grandeur en Science physiques et en Mathématiques.

$A = 5,76543$; $B = -80,9856$; $C = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$; $D = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{98}{3}\right)^3$

Exercice 7

Déterminer les valeurs absolues ci-dessous :

$A = |-35,68|$; $B = |7,8-3,5|$; $C = \left|\dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{5}\right|$; $D = |5\pi - 9\pi|$

Exercice 8

Le nombre x appartient-il à l'intervalle I ?

a) $x = 2,35$ et $I = [2,345;2,367]$
b) $x = 0,001$ et $I = [0,0003;0,01]$
c) $x = -2,05$ et $I = [-2,56;-2,0687]$

Exercice 9

Après avoir traduit les données par des inégalités (... $\leq x \leq$ ...) représenter sur une droite des réels les nombres x vérifiant :

a) $|x| \leq 0,3$ b) $|x| \leq 1$ c) $|x-3| \leq 2$

d) $|x| > 3$ e) $|x-1| \leq 0,1$ f) $\left|x - \dfrac{1}{2}\right| \leq \dfrac{1}{2}$

Exercice 10

(S.V.T.)
La vitesse du son dans l'air est de 340 $m.s^{-1}$.
A 6 h 30 du matin un volcan explose et émet un grondement. A quelle heure les habitants d'une ville située à 25 km vont-ils entendre le grondement du volcan ?

Exercice 11

(S.V.T.)
Sur la surface du Soleil il y a aussi des éruptions (jaillissement d'un flux de gaz à la surface).

1) Sachant que la vitesse de la lumière est de 3.10^5 $km.s^{-1}$ et que la distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 000 000 km, avec quel temps de retard pourrait-on voir l'éruption ?
2) Combien de temps va mettre l'image d'une planète située à $4,7304.10^{16}$ km de la notre pour nous arriver ?
3) Expliquer pourquoi cette méthode permet de remonter dans le temps et voir des planètes dans le passé.

Exercice 12

(Sciences physiques-chimie)
Un fil électrique de section S comporte n électrons par unité de volume se déplaçant à la vitesse v. L'intensité I du courant représente la charge électrique traversant la section S du conducteur par unité de temps et s'exprime par la formule $I = nSqv$, où q désigne une charge élémentaire électrique(en coulombs).
Calculer I en ampère et en écriture scientifique sachant que :

$$n = 6,1.10^{26}\ \text{m}^{-3} \qquad q = 1,6.10^{-19}\ \text{C} \qquad v = 2.10^{-3}\ \text{m.s}^{-1} \qquad S = 1,2.10^{-6}\ \text{m}^2$$

Exercice 13

(Sciences physiques)
La vitesse de la lumière est égale à 3.10^5 $km.s^{-1}$.

1) Que signifie le -1 dans $km.s^{-1}$?
2) Déterminer les distances ci-dessous :
   (a) Une seconde-lumière.
   (b) Une minute-lumière.
   (c) Une heure-lumière.
   (d) Une journée-lumière
   (e) Une année-lumière.

Exercice 14

1) Transformer 130 $km.h^{-1}$ en $m.s^{-1}$.
2) Transformer 3.10^5 $km.s^{-1}$ en $km.h^{-1}$.
3) Transformer 15 $g.cm^{-3}$ en $kg.L^{-1}$.
4) Un objet de volume 40 dm^3 pèse 5 kg. Calculer sa masse volumique en $g.cm^{-3}$.
5) Un objet de masse volumique 35 $g.cm^{-3}$ pèse 4 kg.
   Quel est son volume en litres ?

2. Exercices d'approfondissement

Exercice 15

Ecrire les nombres ci-dessous sous forme d'une fraction :

$$A = 0,12121212\underline{12}... \quad B = 3,5555\underline{5}... \quad C = -4,235235\underline{235}...$$
$$D = 2 - 3 \times 0,777\underline{7}...$$

Exercice 16

Montrer que le nombre ci-dessous peut s'écrire sous la forme d'une seule fraction :

$$C = \frac{3 \times 0,66\underline{6}... - 2 \times 0,1515\underline{15}...}{5 \times 0,999\underline{9}...}$$

Exercice 17

Parmi les réels suivants, donner ceux qui sont des rationnels :

$$x = 45,67\,;\ y = 3,15926535...\,;\ z = 0,89769\underline{769}...\,;\ t = 3,1415\underline{1415}...$$

Exercice 18

On considère le rationnel $x = \dfrac{19}{13}$

a) En posant la division, donner les 15 premières décimales de x.
Que remarque t-on ?
b) Explique pourquoi on peut déterminer rapidement la 87 ème décimale de x.
c) Déterminer la 2018 ème décimale de x.

Exercice 19

Montrer que le développement décimal d'un rationnel est périodique(une partie se répète).

3. Exercices de programmation

Exercice 20

On note $f : x \mapsto x^2$.
On souhaite trouver une valeur approchée de la solution positive de $f(x) = 2$. On sait que cette solution est $\sqrt{2}$.
Construire un algorithme, puis un programme python, qui permettent par balayage de déterminer un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n}.