Les racines carrées

Classe de seconde

On a enfin trouvé une racine carrée dans la nature :

Stendhal

Année 2018-2019

Liste des savoirs et savoir-faire du chapitre :

INTITULE	Bilan		
	A	EA	NA
Savoir additionner et soustraire des racines carrées.			
Savoir multiplier et diviser des raines carrées.			
Savoir simplifier des racones carrées.			
Savoir réduire des calculs avec des racines carrées.			
Savoir faire disparaitre les racines au dénominateur.			

Compétences dans tous les chapitres :

INTITULE	Bilan		
	A	EA	NA
Chercher			
Modéliser			
Représenter			
Calculer			
Raisonner			
Communiquer			

0.1 Objectifs

L'objectif de ce chapitre est de connaître la notion et définition des racines carrées de nombres réels que vous allez rencontrer au lycée. Vous devez maîtriser les opérations courantes comme les additions, les soustractions, les produits et les quotients. Un chapitre court mais important pour la suite de l'année.

0.2 Les identités remarquables

Pour effectuer certains calculs sur les racines carrées, nous avons besoin des identités remarquables.
Pour développer les expressions de la forme $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ ou $(a+b)(a-b)$ on utilise les identités remarquables dans le sens du développement.

Propriété 1

▷ Pour tout a et b réels :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Démonstration :

Exemples intéressants pour le calcul mental :
Effectuer rapidement les calculs suivants :

1. $11^2 =$

2. $12^2 =$

3. $101^2 =$

4. $98^2 =$

5. $101 \times 99 =$

6. $25 \times 15 =$

Cours : Règles sur les racines carrées

Les racines carrées

Ensemble de nombres de la forme $\sqrt{a}$ avec $a \in \mathbb{R}$ et $\boldsymbol{a} \geq 0$

a est appelé le **radicande** et $\sqrt{\ }$ le **radical**

Règles de calcul :

Les règles les plus importantes sont celles-ci :

1. Si $a \geq 0$ alors $\sqrt{a^2} = a$ et si $a \leq 0$ alors $\sqrt{a^2} = -a$
2. Pour tout réel $a \geq 0$ alors $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

<u>Pour additionner ou soustraire</u>, il faut mettre les racines carrées au même radicande.

Ex :

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{\boxed{2^2} \times 3} + \sqrt{\boxed{3^2} \times 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

<u>Pour multiplier</u>, on multiplie simplement les radicandes. On peut simplifier avant d'effectuer la multiplication.

Ex :

$$5\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} = 5 \times 4\sqrt{2 \times 3} = 20\sqrt{6}$$

<u>Pour diviser</u>, on s'arrange toujours pour faire disparaître les radicaux aux dénominateurs : (Explications en classe)

Ex :

$$\frac{2}{3\sqrt{5}} = \frac{2 \times \boxed{\sqrt{5}}}{3\sqrt{5} \times \boxed{\sqrt{5}}} = \frac{2\sqrt{5}}{3 \times 5} = \frac{2\sqrt{5}}{15}$$

$$\frac{3}{1+\sqrt{5}} = \frac{3(1-\sqrt{5})}{\left(1+\sqrt{5}\right)(1-\sqrt{5})} = \frac{3(1-\sqrt{5})}{1^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2} = \frac{3(1-\sqrt{5})}{-4} = \frac{3(\sqrt{5}-1)}{4}$$

Quelques remarques importantes :

$\sqrt{a}$ existe si et seulement si $a \geq 0$

Si $\sqrt{a} = 0$ alors $a = 0$

Si $\sqrt{a} = 1$ alors $a = 1$

Si $b \geq 0$ $\left(a\sqrt{b}\right)^2 = a^2 \times b$

Equations :

Si $(x^2 = a$ avec $a \geq 0$ $)$ alors $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$

Historique

$\mathbb{N}$

(Entiers Naturels) vient du mot naturale en Italien. PEANO Giuseppe (1858-1932)

$\mathbb{Z}$:

(Entiers relatifs) vient du mot zahl en allemand. CANTOR Georg (1845-1918)

$\mathbb{D}$

(Décimaux) vient du mot décimaux en Français. Notation française du groupe BOURBAKI en 1970

$\mathbb{Q}$

(Rationnels) vient du mot quotient. PEANO Giuseppe (1858-1932)

$\mathbb{R}$

(Réels) DEDEKIND Julius Wilhelm Richard

Exemples :